



**APLICAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR, GEOMETRIA ANALÍTICA E ESTATÍSTICA APLICADA A SOFTWARE**

**APPLICATION OF LINEAR ALGEBRA, ANALYTICAL GEOMETRY AND STATISTICS APPLIED TO SOFTWARE**

Sarley de Araújo Silva<sup>1</sup>

e351416

<https://doi.org/10.47820/recima21.v3i5.1416>

PUBLICADO: 05/2022

**RESUMO**

Neste estudo serão apresentadas algumas aplicações de Sistemas Lineares, Cônicas e Análise Bidimensional realizadas com as ferramentas Minitab e Geogebra, ministradas durante as aulas dos cursos de Engenharia. A metodologia aplicada constitui-se em uma ferramenta para resolver os problemas das ciências exatas. O objetivo foi mostrar como as ferramentas podem contribuir no ensino de matemática e estatística de forma que esses recursos possam despertar o interesse e a curiosidade dos educandos, motivando-os a serem construtores de seu próprio conhecimento, para isso foram apresentadas situações teóricas práticas com o uso dos *softwares* que proporcionaram a oportunidade de investigar problemas que envolvem as disciplinas exatas. Os resultados obtidos nos gráficos apresentados no decorrer deste estudo nos permitiram analisar problemas de matemática e estatística fornecendo soluções claras e precisas. Concluiu-se que a metodologia em estudo é adequada na resolução de aplicações de estatística, oportunizando aos educandos a compreensão e interpretação de gráficos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sistemas Lineares. Cônicas. Análise Bidimensional

**ABSTRACT**

*In this study will be presented some applications of Linear Systems, Conic and Two-dimensional Analysis performed with the tools Minitab and Geogebra, taught during the classes of engineering courses. The applied methodology is a tool to solve the problems of the exact sciences. The objective was to show how the tools can contribute to the teaching of mathematics and statistics so that these resources can arouse the interest and curiosity of the students, motivating them to be builders of their own knowledge, for this, theoretical situations practiced with the use of software that provided the opportunity to investigate problems involving the exact disciplines were presented. The results obtained in the graphs presented during this study allowed us to analyze mathematical and statistical problems providing clear and accurate solutions. It was concluded that the methodology under study is adequate in the resolution of statistical applications, opportunistic to students the comprehension and interpretation of graphs.*

**KEYWORDS:** Linear systems. Conics. Two-Dimensional Analysis

**1 INTRODUÇÃO**

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito da educação no ensino superior, com abordagem de conceitos de álgebra linear, geometria analítica e estatística aplicada, utilizando como metodologia *softwares* matemáticos. Com a decisão de conciliar estatística com investigação de cônicas e

---

Atualmente é professor efetivo na área de estatística no Instituto Federal do Amazonas, lotado no CMDI Distrito Industrial Manaus-AM é mestre em Engenharia de Processos pela UFPA.



## RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

APLICAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR, GEOMETRIA ANÁLITICA E ESTATÍSTICA APLICADA A SOFTWARE  
Sarley de Araújo Silva

álgebra, foi considerado que os conteúdos são importantes na formação crítica e construtiva do educando e que a linguagem das ciências faz parte do cotidiano. Um dos objetivos fundamentais do professor na sala de aula é levar os alunos a analisar, criticar e tirar conclusões a partir da informação que ele possa fornecer. Dessa forma, o uso de ferramentas tecnológicas se torna um lugar ideal para o meio estudantil, otimizando os seus regimes por meio de sistemas de representação dos conteúdos (VIEIRA, 2011).

O objetivo geral do trabalho foi mostrar as ferramentas como recurso facilitador no processo de aprendizagem dos educandos no ensino superior. Tendo como objetivos específicos: propor soluções em problemas matemáticos e estatísticos, explorar ferramentas do Minitab e Geogebra na solução dos problemas; construir e analisar gráficos.

A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas (BRASIL, 1997, p. 32).

A problemática do trabalho fundamentou-se em contribuir na identificação e resoluções de problemas aplicados em matemática e estatística. O estudo por meio dos *softwares* é de suma importância na construção, análise e interpretação de gráficos e possibilita aos educandos e construtores do conhecimento compreender e interpretar dados, além de possibilitar o uso dessas ferramentas em outras áreas do conhecimento.

O papel do construtor do conhecimento é fornecer, através da concepção de situações práticas, uma reunião entre o sujeito e a tecnologia na construção conhecimento. Aqui, sugere-se o uso das ferramentas *matemáticas* para apoiar e contribuir na melhoria dos conteúdos das ciências exatas. A presença da tecnologia torna-se um instrumento capaz de fornecer diferentes representações na aprendizagem matemática que podem ser utilizadas para auxiliar na visualização de conceitos importantes, permitindo que os educandos encontrem estratégias para a resolução de problemas. Os gráficos são instrumentos tecnológicos que permitem o acesso a modelos visuais excelentes, mas muitos educandos apresentam dificuldades em construí-los de forma independente. Toledo (2015, p. 26) afirma que há diversas maneiras de aperfeiçoar a transmissão do conhecimento nas escolas e uma delas é:

O uso de recursos tecnológicos (computador, recursos multimídias, *softwares* educativos), que auxiliam tanto o professor quanto o aluno durante o processo de aprendizagem, proporcionando condições, ao professor, para ministrar aulas de forma mais criativa, acompanhando as transformações e mudanças que ocorrem quando o aluno passa a exercer sua independência na procura e seleção de informações e na resolução de problemas, tornando-se assim o ator principal na construção do seu conhecimento.

Para Santos *et al.* (2009) por meio da construção interativa de figuras e objetos, pode-se melhorar a compreensão dos alunos através da visualização,



## RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

APLICAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR, GEOMETRIA ANALÍTICA E ESTATÍSTICA APLICADA A SOFTWARE  
Sarley de Araújo Silva

percepção dinâmica de propriedade, estímulo heurístico à descoberta e obtenção de conclusões validadas na experimentação.

Dentre as tecnologias que se apresentam como possíveis ferramentas de apoio ao educador, destacam-se os *softwares* que oferecem recursos a fim de facilitar o ensino e aprendizagem, como Minitab e Geogebra. O uso adequado desses *softwares* facilita a compreensão da linguagem matemática e estatística, com o intuito de minimizar dificuldades encontradas e favorecer nas aprendizagens significativas dos educandos. Assim, é importante a inserção desta tecnologia dentro do contexto escolar, principalmente no sentido de proporcionar aos indivíduos o desenvolvimento de uma inteligência crítica, mas livre e criadora (MISCULINE, 2003, p.219).

Desta forma, a finalidade deste trabalho é mostrar como a utilização dos *softwares* Minitab e Geogebra poderá facilitar o ensino da álgebra linear, geometria analítica e estatística, de forma que esse recurso alternativo possa despertar o interesse e a curiosidade dos educandos, motivando-os a serem construtores do seu próprio conhecimento.

No estudo é possível que o próprio educando descubra, através das construções geométricas de sistemas lineares, como identificar as possíveis soluções pela visualização dos gráficos dentro do Geogebra.

Para a exemplificação de sistema linear é necessário antes de tudo conhecer a definição: define-se sistema linear como aquele composto por duas ou mais equações lineares, sendo uma equação linear descrita como (STEINBRUCH; WINTERLE, 1995):

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n = k$$

onde os termos  $a_i$  e  $k$  são constantes, onde os primeiros são os coeficientes multiplicativos da equação e o último é denominado termo independente, e  $x_i$  são as incógnitas.

A análise de regressão múltipla é uma técnica utilizada para investigar a relação entre uma variável dependente e um conjunto de variáveis independentes (MONTGOMERY; RUNGER, 2009). A técnica permite a estimação de valores futuros para a variável dependente, dado um conjunto de dados de entrada para as variáveis independentes (PEDRINI, 2009; DOWNING, 2002).

O modelo base de regressão linear múltipla onde  $\beta_j$  para  $j = 0, 1, 2, \dots, k$  são coeficientes de regressão é a variável dependente dos regressões  $x_j$  e o valor  $e$  é o erro aleatório da equação (MONTGOMERY, 2009).

$$Y = \beta_0 + \beta_1X_1 + \beta_2X_2 + \dots + \beta_KX_K + e$$



## RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

APLICAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR, GEOMETRIA ANALÍTICA E ESTATÍSTICA APLICADA A SOFTWARE  
Sarley de Araújo Silva

Elipse: É curva que se obtém ao interceptar um cone por um plano que não é paralelo as geratrizes (IEZZI,1993). Considere em um plano dois pontos distintos que chamamos F1 e F2 e  $2a$  um número real maior que a distância de F1 e F2. Chamamos de elipse o conjunto dos pontos p do plano tais que a soma das distâncias de  $PF_1+PF_2=2a$ .

Figura 1- Elipse.



Fonte: Silva, 2022.

Figura 2 - As Cônicas em um Cone Circular de duas folhas.



Fonte: Silva, 2022.

A elipse tem a propriedade de que a bissetriz do ângulo formado pelos dois focos e por um ponto qualquer da elipse como vértice é perpendicular à tangente à elipse nesse ponto.

## 2 MÉTODO

Para realização do estudo foi utilizada a metodologia dos *Softwares* Minitab e Geogebra que atuam como uma estratégia de melhoria baseado na análise de dados por meio da utilização de



## RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

APLICAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR, GEOMETRIA ANALÍTICA E ESTATÍSTICA APLICADA A SOFTWARE  
Sarley de Araújo Silva

técnicas matemáticas para analisar e resolver problemas. Segundo Pereira e Patrício (2016), o Minitab é uma ferramenta que nos permite realizar cálculos estatísticos complexos e visualizar os resultados, tornando as análises de dados acessíveis tanto para o utilizador casual e conveniente como para o utilizador mais experiente.

O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, planilha de cálculo, gráficos probabilidade, estatística e cálculos simbólicos (MARKUS, 2001). Os *softwares* vêm ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem dos conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo a educadores e educandos a possibilidade de explorar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento matemático. Ou seja, essa metodologia é um recurso facilitador importante na representação geométrica e sua representação algébrica, contribuindo nas resoluções de problemas complexos e não complexos, tornando os dados acessíveis para análises de gráficos.

Etapas das aplicações.

Etapa 1 – A escolha das aplicações feita pela pesquisa bibliográfica

Etapa 2 – Coleta de dados extraído de livros, revistas e artigos.

Etapa 3 – Construção e análise de gráficos.

Etapa 4 – As análises dos dados foram feita através do Geogebra e o Minitab o qual permitiu realizar cálculos e interpretar os resultados.

### 3 RESULTADOS

Por meio da construção de gráficos, foi trabalhada a maneira de perceber, acompanhada de recursos cognitivos como: definição, teorias práticas de resolução de exercícios em *softwares* e aprendizagem em grupo. Participaram do estudo educandos do 3º período do curso superior. A atividade foi desenvolvida em duas etapas, a primeira etapa para a execução e construção de figuras geométricas, exploração dos conteúdos e da metodologia a ser utilizada. A segunda etapa para a distribuição das turmas em grupos de posse das ferramentas matemáticas e estatísticas, onde foi possível aos educandos, através da definição e comandos do Geogebra e Minitab, construir gráficos, visualizar e analisar aplicando seus conhecimentos para construção das figuras geométricas. Verificou-se pela definição e comandos executados pelos *softwares*, facilitarem o ensino aprendizagem, havendo a inter-relação entre educador-educando e mais interesse pelo estudo das disciplinas de álgebra linear, geometria analítica e estatística aplicada.

A aplicação problema apresentada a seguir é uma análise e conclusão do gráfico de um sistema linear cujo objetivo é mostrar como desenvolver uma atividade com o Geogebra.

- 1) Um parque tem 3 pistas para caminhada, X, Y e Z. Ana deu 2 voltas na pista X, 3 voltas na pista Y e 1 volta na pista Z, tendo caminhado um total de 8.420 metros. João deu 1 volta na pista X, 2 voltas na pista Y e 2 voltas na pista Z, num total de 7.940 metros. Marcela deu 4

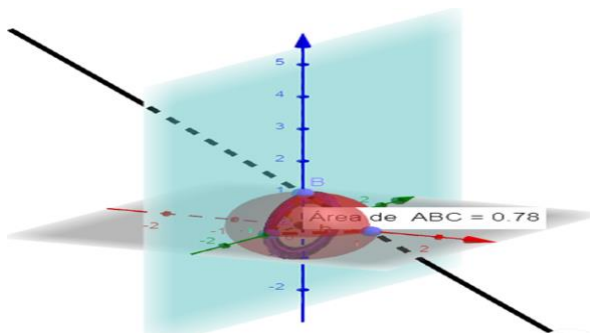


## RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

APLICAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR, GEOMETRIA ANÁLITICA E ESTATÍSTICA APLICADA A SOFTWARE  
Sarley de Araújo Silva

voltas na pista X e 3 voltas na pista Y, num total de 8.110 metros. O comprimento da maior dessas pistas, excede o comprimento da menor pista.

Figura 3 – Planos longitudinal e transversal.

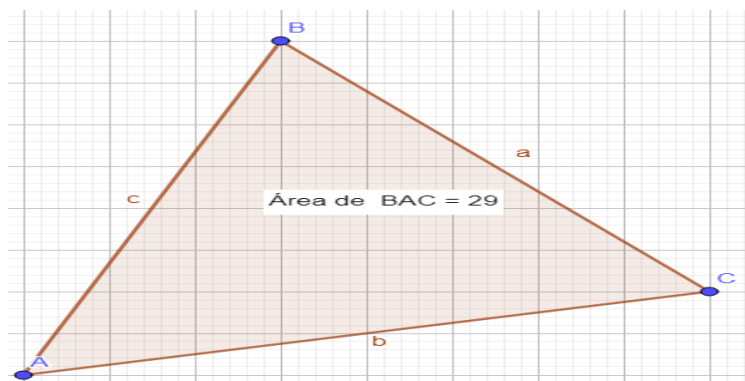


Fonte: Autoral

Conclusão: o sistema SPD possui as soluções para as coordenadas (820;1610;1950), planos coincidentes, sendo que a questão pede o comprimento maior menos o menor,  $1950 - 820 = 1130\text{m}$ .

- 2) Calcular área do triângulo de vértices A (-2, -3), B (2, 5) e C (6, -1).

Figura 4 – Área de um triângulo.



Fonte: Autoral

Solução: conclui-se que a área dos vértices A, B e C é igual a 29.

Aplicação de elipse com o Geogebra.

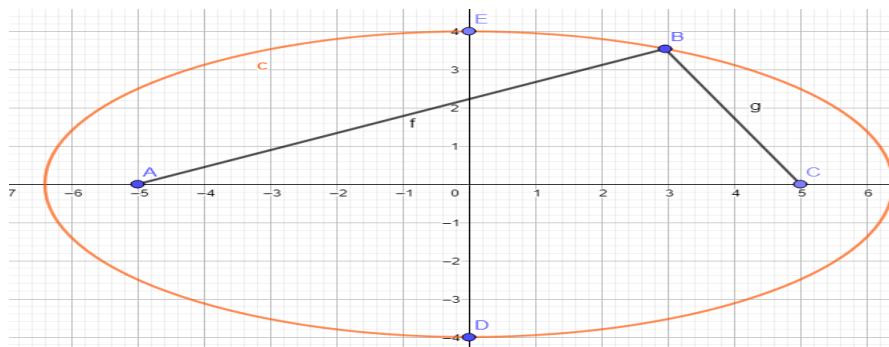
- 3) Sabendo que a diferença entre o comprimento do eixo maior e o seu eixo focal é igual a 4 e que o eixo menor mede 8 unidades, então o comprimento do maior eixo é igual a.



## RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

APLICAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR, GEOMETRIA ANÁLITICA E ESTATÍSTICA APLICADA A SOFTWARE  
Sarley de Araújo Silva

Figura 5 – Elipse.



Fonte: Autoral

Suponha que o eixo maior seja o horizontal, então,  $2a - 2c = 4$ . Se dividirmos por dois, temos que:

$$a - c = 2$$

$$a = 2 + c$$

Além disso, sabemos que:

$$2b = 8$$

$$b = 8/2$$

$$b = 4$$

Pela relação pitagórica, temos que:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$(2 + c)^2 = 4^2 + c^2$$

$$4 + 4c + c^2 = 16 + c^2$$

$$c^2 - c^2 + 4c = 16 - 4$$

$$4c = 12$$

$$c = 12/4$$

$$c = 3$$

Então, temos que:

$$a^2 = 4^2 + 3^2$$

$$a^2 = 16 + 9$$

$$a^2 = 25$$

$$a = \sqrt{25}$$

$$a = 5$$

Então o comprimento do eixo maior é:  $2a = 2 \cdot 5 = 10$

04) Um componente do motor de um avião a jato é fabricado por um processo de fundição de revestimento. A abertura do extrator nessa peça de fundição é parâmetro funcional importante da peça. Verificar se o processo está sob controle. Apresentaremos 20 amostras de cinco peças cada uma. Conforme os valores da tabela abaixo:



## RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

APLICAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR, GEOMETRIA ANALÍTICA E ESTATÍSTICA APLICADA A SOFTWARE  
Sarley de Araújo Silva

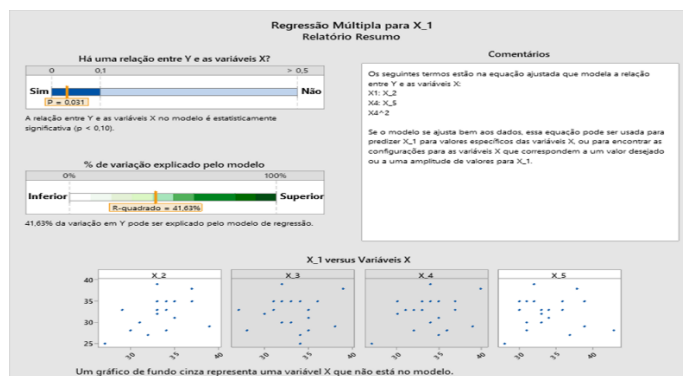
De acordo com a Tabela 3.1, podemos informar o controle de qualidade de 20 amostra em cinco peças de máquinas industrial.

Tabela 3.1 - Amostra de peças de máquinas industrial.

Nº da amostra	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$
1	33	29	31	32	33
2	35	33	31	37	31
3	35	37	33	34	36
4	30	31	33	34	33
5	33	34	35	33	34
6	38	37	39	40	38
7	30	31	32	34	31
8	29	39	38	39	39
9	28	34	35	36	43
10	39	33	32	34	32
11	28	30	28	32	31
12	31	35	35	35	34
13	27	32	34	35	37
14	33	33	35	37	36
15	35	37	32	35	39
16	33	33	27	31	30
17	35	34	34	30	32
18	32	33	30	30	33
19	25	27	34	27	28
20	35	35	36	33	30

Fonte: MOTGOMERY (2004).

Figura 6 – Regressão múltipla.



Fonte: Autoral





## RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

APLICAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR, GEOMETRIA ANALÍTICA E ESTATÍSTICA APLICADA A SOFTWARE  
Sarley de Araújo Silva

É possível concluir a relação entre X e Y, já que o p-valor é menor que 0,001, logo podemos dizer que o modelo é estatisticamente significativo 41,63% da variação em Y pode ser explicado pelo modelo com maior impacto nas variáveis X2 e X5.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou os resultados obtidos pelas aplicações em *softwares* utilizado como facilitador pelos educandos, ao proporcionar a partir das definições, construir gráficos, fazer análises e tirar conclusões. As aplicações em *softwares* tiveram como objetivo construir e analisar gráficos em problemas de ciência exatas. Constatou-se neste estudo que as atividades realizadas com os *softwares* Minitab e GeoGebra contribuíram na aprendizagem de conceitos, construção de gráficos e cálculos de área com os educandos do ensino superior. Ao fazer uso dos instrumentos aplicando conceitos, percebeu-se melhores desempenhos por parte dos educandos nas atividades realizadas, apresentando facilidade em resolver problemas que envolviam conceito e representação de gráficos. O uso dos *softwares* manteve os educandos interessados pelo estudo e estimulou sua autônoma mediante exploração das ferramentas, auxiliou na compreensão dos conceitos, pois possibilitou analisar, visualizar de forma clara e refletir sobre as situações envolvidas, buscando assimilar os conceitos e práticas em sala de aula. Conclui-se que os *softwares* facilitam o ensino da matemática e da estatística, contribuindo na aprendizagem dos conceitos, construção e análises de gráficos, deixando as aulas atrativas e significativas.

### REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p.

IEZZI, Gelson. **Geometria analítica**. 4. ed. São Paulo: Atual, 1993.

MARKUS, Hohenwarter. **Johannes Kepler University Linz - Instituto de Educação Matemática**. Altenbergerstr, Áustria: [s. n.], 2001.

MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de Matemática. *In: FIORENTINI, Dário. Formação de Professores de Matemática*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2003, cap. 7. p. 217 248.

MONTGOMERY, D. C. **Introdução Ao Controle Estatístico Da Qualidade**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

PEREIRA, Alexandre; PATRÍCIO, Teresa. **SPSS – Guia Prático de Utilização**. São Paulo: Atlas, 2016.

SANTOS, C. H. *et al.* **GeoGebra: aplicações ao ensino da matemática**. Curitiba: UFPR, 2009. 50 p.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Álgebra Linear**. Rio de Janeiro: Pearson, 1995.



**RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR**  
**ISSN 2675-6218**

APLICAÇÃO DE ÁLGEBRA LINEAR, GEOMETRIA ANÁLITICA E ESTATÍSTICA APLICADA A SOFTWARE  
Sarley de Araújo Silva

TOLEDO, Bruno de Souza. **O uso de softwares como ferramenta de ensino aprendizagem na educação do ensino médio/técnico no Instituto Federal de Minas Gerais**. 2015. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Ciências Empresariais – FACE, Belo Horizonte, MG, 2015.

VIEIRA, R. S. **O papel das tecnologias da informação e comunicação na educação**: um estudo sobre a percepção do professor/aluno. Revista Brasileira de Aprendizagem Aberta e a Distância, v. 10, p. 66-72, 2011.