



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR
ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO

ON THE ELABORATION OF A SET OF QUESTIONS INVOLVING COMBINATORY ANALYSIS PROBLEMS FOCUSED ON HIGH SCHOOL EDUCATION

SOBRE LA ELABORACIÓN DE UN CONJUNTO DE PREGUNTAS QUE INVOLUCRAN PROBLEMAS DE ANÁLISIS COMBINATORIO ENFOCADOS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Anderson Amaro Vieira¹

e422811

<https://doi.org/10.47820/recima21.v4i2.2811>

PUBLICADO: 02/2023

RESUMO

Este artigo é resultado da elaboração de um conjunto de questões envolvendo problemas de Análise Combinatória que estão presentes no conteúdo programático do 2º ano do Ensino Médio. Esta atividade foi parte integrante da avaliação da disciplina de Resolução de Problemas em Aulas de Matemática, do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, ofertado pelo Programa de Pós-Graduação (*Strictu Sensu*) em Ensino de Matemática, da Universidade do Estado do Pará (UEPA). Para a elaboração dos itens presentes neste trabalho, foram levados em considerações os seguintes critérios: A Taxonomia de Bloom, com questões que seguem os estágios de aprendizado do discente; e questões que podem ser do tipo da Prova do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB); Questões da Prova da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) e Olimpíada Brasileira de Matemática (OBM); Questões de matemática recreativa; Questões de concurso público; e Questões da Prova do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Para trabalhar o conteúdo em sala de aula é indicado com maiores regularidades o uso do livro didático e o uso de lista de exercícios. Concluímos que a maioria dos assuntos relacionados ao conteúdo em tela apresentam uma certa complexidade quando são aplicados em situações-problemas aplicadas.

PALAVRAS-CHAVE: Análise Combinatória. Elaboração de Questões. Taxonomia de Bloom.

ABSTRACT

This article is the result of the elaboration of a set of questions involving Combinatorial Analysis problems that are present in the syllabus of the 2nd year of High School. This activity was part of the evaluation of the subject Problem Solving in Mathematics Classes, of the Professional Master's Degree in Mathematics Teaching, offered by the Graduate Program (Strictu Sensu) in Mathematics Teaching, at the State University of Pará (UEPA). For the elaboration of the items, present in this work, the following criteria were taken into account: Bloom's Taxonomy, with questions that follow the student's learning stage; and questions that may be similar to the Basic Education Assessment System Test (SAEB); Questions from the Brazilian Mathematics Olympiad for Public Schools (OBMEP) and Brazilian Mathematics Olympiad (OBM); Recreational math questions; Public tender issues; and Questions from the National Secondary Education Exam (ENEM). To work on the content in the classroom, the use of the textbook and the use of a list of exercises is indicated with greater regularity. We conclude that most subjects related to the content on screen present a certain complexity when applied in applied problem-situations.

KEYWORDS: Combinatorial Analysis. Elaboration of Questions. Bloom's Taxonomy.

RESUMEN

Este artículo es el resultado de la elaboración de un conjunto de preguntas que involucran problemas de Análisis Combinatorio que están presentes en el programa de estudios del 2º año de la Enseñanza Media. Esta actividad formó parte de la evaluación de la asignatura Resolución de Problemas en las Clases de Matemáticas, de la Maestría Profesional en Enseñanza de las Matemáticas, ofrecida por el

¹ Mestrando em Ensino de Matemática pela Universidade do Estado do Pará e Graduado em Matemática pela Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Programa de Pós-graduação (Strictu Sensu) em Ensino de Matemática, da Universidade Estadual de Pará (UEPA). Para a elaboração de los ítems, presentes en este trabajo, se tuvieron en cuenta los siguientes criterios: la Taxonomía de Bloom, con preguntas que acompañan la etapa de aprendizaje del alumno; y preguntas que pueden ser similares a la Prueba del Sistema de Evaluación de Educación Básica (SAEB); Preguntas de la Olimpiada Brasileña de Matemática para Escuelas Públicas (OBMEP) y la Olimpiada Brasileña de Matemática (OBM); Preguntas de matemáticas recreativas; Emisiones de licitaciones públicas; y Preguntas del Examen Nacional de Educación Media (ENEM). Para trabajar los contenidos en el aula se indica con mayor asiduidad el uso del libro de texto y la utilización de una lista de ejercicios. Concluimos que la mayoría de los temas relacionados con el contenido en pantalla presentan cierta complejidad cuando se aplican en situaciones-problema aplicadas.

PALABRAS CLAVE: Análisis Combinatorio. Elaboración de Preguntas. Taxonomía de la flora.

1. INTRODUÇÃO

Para que o ensino de Matemática seja potencialmente significativo é necessário que o aluno perceba a relevância e importância do conteúdo que ele está trabalhando, tendo a plena concepção do sentido e aplicação. É notório ainda consignar que todo conteúdo abordado possui uma história associado a esse assunto, uma sequência lógica e aplicações em situações contextualizadas.

Partindo do pressuposto e do princípio de que geralmente os alunos estão inseridos no modelo da aula tradicional, na qual o docente ensina o conteúdo de modo teórico utilizando-se de exemplos resolvidos e, em seguida, estimula os discentes a resolverem atividades de verificação de aprendizagem, percebe-se que somente com o aporte desta metodologia de ensino não se alcança os objetivos propostos, pois nota-se que não há estímulos para participação plena, muito menos o entendimento de onde poderão aplicar tais conhecimentos em uma situação prática.

Deve-se consignar ainda que o ensino da Matemática por muitas vezes é marcado para o aluno como um momento do qual ele apenas memoriza os conteúdos e a parte matemática constante nos métodos de resolução e, ainda, as aulas não proporcionam momentos desafiadores. Um fator motivante para esse quadro pode ter relação com os recursos ora utilizados pelos docentes dentro de suas práticas profissionais, que em alguns casos utilizam-se apenas do quadro, livro didático e no método de modelar e matematizar as situações propostas.

Entende-se que as ações que envolvem a matemática e o ensino de matemática no cotidiano estão presentes desde as ações mais simples até às mais complexas. Quando relacionamos todas essas considerações ao ensino de Matemática, especificamente ao ensino de Análise Combinatória, é um conhecimento relevante e faz-se necessária à sua apropriação, pois diversas ações do cotidiano, como uma simples escolha de roupa para um passeio ao shopping ou ir à igreja, como a escolha dos seus governantes, estão implícitos a quantidade de escolhas ou de variações que podem ser realizadas dentre um conjunto de opções disponíveis.

A Análise Combinatória surgiu mediante a necessidade de entender e calcular a probabilidade em um jogo de azar. Essa técnica se desenvolveu para o estudo dos métodos de contagem, permitindo contar elementos de um conjunto, sendo estes agrupados sob certas condições (MORGADO, 2016).



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Como forma de propor a interação entre conteúdo e realidade, além de visualizar sua importância na abordagem de vestibulares, trabalhar com a Análise Combinatória se faz importante já que esta envolve habilidades importantes como raciocínio e argumentação convincente. Lorenzato (2006, p. 18) afirma, “o fazer é mais forte que o ver ou o ouvir”, o que possibilita a realização de projetos, oficinas, dentre outras atividades que aliem teoria e prática, tendo em vista as dificuldades apresentadas pelos alunos na interpretação de problemas matemáticos o que inclui os de contagem.

A Análise Combinatória é o conteúdo da Matemática que trata dos problemas de contagem e pertence ao ramo da Matemática Discreta. O seu objetivo, segundo Hazzan (2013, p. 1), consiste em “desenvolver métodos que permitam contar o número de elementos de um conjunto, sendo estes elementos, agrupamentos formados sob certas condições”. Esta é uma descrição abrangente, que nos surpreende quando passamos a conhecer as múltiplas ferramentas aplicadas às soluções de problemas de contagem (ou combinatórios).

Temos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), que “As fórmulas devem ser consequência do raciocínio combinatório desenvolvido frente à resolução de problemas diversos e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande”. Sabemos que a Análise Combinatória vai além desses conceitos. Morgado, em seu livro “Análise Combinatória e Probabilidade” (MORGADO *et al.*, 1991) afirma que a análise combinatória trata de problemas além de permutação, arranjo e combinação, trata de vários outros tipos de problemas e dispõe, além desses citados, de outras técnicas para atacá-lo: o princípio da inclusão e exclusão, o princípio das gavetas de Dirichlet, as funções geradoras, a teoria de Ramsey são exemplos de técnicas poderosas da Análise Combinatória”. (MORGADO *et al.*, 2001, p. 1-2).

Desta forma, este trabalho apresenta o resultado da elaboração de um conjunto de questões envolvendo problemas de Análise Combinatória. Sendo que a referida elaboração teve como objetivo estruturar questões que serão aplicadas aos alunos no desenvolvimento da pesquisa de campo para elaboração da dissertação de mestrado.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo Roa e Navarro-Pelayo (2001), os problemas combinatórios e as técnicas para sua resolução tiveram e têm profundas implicações no desenvolvimento de outras áreas da matemática como a probabilidade, teoria dos números, a teoria dos autônomos e inteligência artificial, investigação operativa, geometria e topologia combinatórias.

Assim, existe a necessidade de expor os conteúdos programáticos e suas aplicabilidades, de modo que torne o processo de ensino e aprendizagem claros e dinâmicos (BNCC, 2018, p. 527). Diante disso, a Análise Combinatória se apresenta como uma oportunidade de elucidar o paralelismo entre os conteúdos matemáticos e o cotidiano.

De acordo com Lima (2011), em sua dissertação de mestrado, que tinha como tema “Análise combinatória: uma aprendizagem significativa com mapas conceituais”, ela aponta que o Ensino de



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Matemática no Ensino Médio deve contribuir para o aluno adequar seu desenvolvimento cognitivo e profissional, promovendo-o a cidadão crítico e participativo na sociedade, através de uma visão de mundo para ler, interpretar a realidade e desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. Tais contribuições são realizadas através de diferentes motivações, interesses e capacidades, de forma que possibilitem compreender conceitos e procedimentos matemáticos.

A taxonomia modificada (ANDERSON; KRATHWOHL *et al.*, 2001) é a classificação de resultados educacionais, “semelhante à seleção de símbolos para classificar objetos em categorias, segundo as suas características comuns”, que propiciaram definições cuidadosas para as dimensões do conhecimento e dos processos cognitivos, estruturados como um referencial bidimensional. A Taxonomia de Bloom revisada é baseada numa visão mais ampla de aprendizagem, que inclui não apenas a aquisição de conhecimentos, mas também a capacidade de usar esses conhecimentos em novas situações (MAYER, 2002, p. 227).

Já no trabalho desenvolvido por Trevisan e Amaral (2016) em observância ao seu estudo relacionado a Taxionomia revisada de Bloom aplicada à avaliação de provas escritas de Matemática, eles apontam que discussões como essas oportunizam ao professor repensar, além das questões que propõe a seus estudantes e dos instrumentos que utilizam para avaliá-los sua própria concepção de Matemática, bem como as atitudes e ações em sala de aula.

O estudo de Sá, Santos e Ribeiro (2020), com o tema “SAEB E PNLD¹: Dissonâncias e Implicações das Avaliações de Larga Escala no Contexto Educacional Brasileiro”, os autores apontam que o estabelecimento de um real diálogo referencial entre o SAEB e o PNLD, em muito irá beneficiar a aprendizagem dos estudantes, elevar os percentuais de acertos nas avaliações em larga escala, aumentar a autoestima dos professores e dar mais visibilidade positiva sobre os benefícios e importância da Escola Pública como mediadora da mobilidade social de todos os cidadãos que dela precisam.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

A atividade desenvolvida apresenta um estudo realizado na disciplina Resolução de Problemas em Aula de Matemática, do curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará. Trata-se da elaboração de um conjunto de questões sobre problemas de Análise Combinatória.

O objeto matemático explorados nas questões foram, Análise Combinatória, Princípio Fundamental da Contagem (PFC), Fatorial, Permutação, Arranjo e Combinação Simples, Permutação com elementos repetidos, o objetivo da atividade foi estruturar questões que serão aplicadas aos alunos do desenvolvimento da pesquisa de campo para elaboração da dissertação de mestrado.

¹ PNLD – Programa Nacional do Livro Didático.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Após a análise dos conteúdos citados, que dão alicerce ao trabalho, encaminhou-se a construção do conjunto de questões. Sendo que esse conjunto é formado por problemas inéditos de terceiros em seu formato original e alguns com adaptações. Os problemas estão apresentadas em quadros, contendo seu respectivo descritor e os devidos comentários.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta etapa, apresentaremos em cada quadro os problemas que foram construídos e suas devidas análises.

Quadro 1 – Item do nível 1 da taxonomia de Bloom.

Nível da Taxonomia de Bloom	(Nível 1 – Lembrar) – habilidade de reconhecer informações e conteúdos previamente abordados, como fatos, datas, palavras, teorias, métodos, classificações, lugares, regras, critérios, procedimentos, entre outros.
Comando	Um mágico se apresenta em público vestindo calça e paletó. Para que ele se apresente durante uma temporada de shows, sem repetir nenhum conjunto de roupas, ele dispõe de 6 calças e 4 paletós de cores diferentes. De acordo com essas informações responda as questões 1 e 2.
Questão 1	Quais são os elementos desse agrupamento? a) Mágico e público b) Público e conjunto de roupas c) Calça e paletó d) Não sei responder
Questão 2	Quantos shows ele fará durante essa temporada? a) 24 b) 12 c) 10 d) Não sei responder

Fonte: Cesgranrio (RJ) – Adaptado.

No quadro 1, temos uma questão que exige do aluno a habilidade de resgatar conhecimentos relevantes a memória de longo prazo, no que tange a diferenciação dos elementos que constituem os dados do problema. Também é esperado que o aluno lembre como se determina as quantidades de possibilidades totais

Quadro 2 – Item do nível 1 da taxonomia de Bloom.

Nível da Taxonomia de Bloom	(Nível 1 – Lembrar) – habilidade de reconhecer informações e conteúdos previamente abordados, como fatos, datas, palavras, teorias, métodos, classificações, lugares, regras, critérios, procedimentos, entre outros.
Questão 3	Renato levou em uma viagem três calças, dois pares de sapatos e quatro camisas, todos diferentes entre si. De quantas maneiras distintas ele pode se vestir, utilizando uma calça, um par de sapatos e uma camisa?

Fonte: Contato Matemática, Sousa e Garcia (2016).

A questão apresentada no quadro 2, exige do aluno a combinação entre as peças dadas podendo ele chegar à solução construindo uma árvore de possibilidades.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Quadro 3 – Item do nível 1 da taxonomia de Bloom.

Nível da Taxonomia de Bloom	(Nível 1 – Lembrar) - habilidade de reconhecer informações e conteúdos previamente abordados, como fatos, datas, palavras, teorias, métodos, classificações, lugares, regras, critérios, procedimentos, entre outros.
Questão 4	Como você definiria o princípio fundamental da contagem?

Fonte: Autores, 2023.











A questão do quadro 3, exige do aluno o conhecimento sobre como se poderia definir o conceito de Princípio Fundamental da Contagem. Por ser uma pergunta direta e esse conceito ou resposta pode derivar de uma situação contextualizada de um produto de dois ou mais fatores, espera-se que o aluno lembre dessa característica.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Quadro 4 – Item do nível 2 da taxonomia de Bloom

Nível da Taxonomia de Bloom	(Nível 2 – Compreender) – habilidade de dar significado ao conteúdo, de modo a realizar a interpretação do que foi compreendido e empregá-lo em outro contexto.
<p style="text-align: center;">Questão 5</p>	<p>A seguir estão apresentadas as opções que uma pessoa tem ao realizar a compra de certo pacote turístico em uma agência de viagens.</p> <p style="text-align: center;">Transporte</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>rodoviário</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>aéreo: 1ª classe</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>aéreo: 2ª classe</p> </div> </div> <p style="text-align: center;">Hospedagem</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>albergue</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>pousada</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>hotel 3 estrelas</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>hotel 4 estrelas</p> </div> </div> <p style="text-align: center;">Tempo de permanência</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>4 dias</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>7 dias</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>10 dias</p> </div> </div> <p style="text-align: right; font-size: small;">Ilustrações: Guilherme Casagrandi</p> <p>a) De quantas maneiras distintas a pessoa pode compor o pacote turístico?</p> <p>b) Se a pessoa optar por transporte aéreo e hospedagem em hotel, de quantas maneiras distintas ela pode compor o pacote turístico?</p>

Fonte: Contato Matemática, Sousa e Garcia (2016).


A questão do quadro 4, tem como objetivo fazer o aluno mostrar que sabe observar as informações tanto textuais como nas imagens e relacionar corretamente para efetuar a operação necessária.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Quadro 5 – Item do nível 2 da taxonomia de Bloom.

<p>Nível da Taxonomia de Bloom</p>	<p>(Nível 2 – Compreender) – habilidade de dar significado ao conteúdo, de modo a realizar a interpretação do que foi compreendido e empregá-lo em outro contexto.</p>
<p>Questão 6</p>	<p>Leia a tirinha abaixo:</p>  <p>GONSALES, Fernando. <i>Níquel Náusea</i>. São Paulo: VHD Diffusion, 1993. p. 7.</p> <p>Supondo que os ratinhos formem duas equipes de revezamento, com 15 integrantes cada, de quantas maneiras diferentes podem ser formadas essas duas equipes?</p>

Fonte: Coleção Matemática: interação e tecnologia, Balestri (2016).

A questão do quadro 5, é um item que exige, inicialmente do estudante, uma análise do contexto do discurso para identificar os elementos que constituem os dados da situação. Em seguida, o conhecimento sobre fatorial de um número e combinação simples, para poder efetuar a operação corretamente.



























RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Quadro 6 – Item do nível 2 da taxonomia de Bloom.

Nível da Taxonomia de Bloom	(Nível 2 – Compreender) – habilidade de dar significado ao conteúdo, de modo a realizar a interpretação do que foi compreendido e empregá-lo em outro contexto.																								
Questão 7	<p>Veja os atletas que participaram da final de uma das provas do atletismo, nos Jogos Olímpicos de Londres em 2012:</p> <table border="1" data-bbox="368 524 1331 1543"> <thead> <tr> <th colspan="4" data-bbox="368 524 1331 629">Participantes da final masculina dos 100 m rasos nos Jogos Olímpicos de 2012</th> </tr> <tr> <th data-bbox="368 629 639 712">País</th> <th data-bbox="639 629 847 712">Atleta</th> <th data-bbox="847 629 1118 712">País</th> <th data-bbox="1118 629 1331 712">Atleta</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="368 712 639 916">  Jamaica </td> <td data-bbox="639 712 847 916">Asafa Powell</td> <td data-bbox="847 712 1118 916">  Estados Unidos </td> <td data-bbox="1118 712 1331 916">Ryan Bailey</td> </tr> <tr> <td data-bbox="368 916 639 1126">  Holanda </td> <td data-bbox="639 916 847 1126">Churandy Martina</td> <td data-bbox="847 916 1118 1126">  Estados Unidos </td> <td data-bbox="1118 916 1331 1126">Tyson Gay</td> </tr> <tr> <td data-bbox="368 1126 639 1337">  Estados Unidos </td> <td data-bbox="639 1126 847 1337">Justin Gatlin</td> <td data-bbox="847 1126 1118 1337">  Jamaica </td> <td data-bbox="1118 1126 1331 1337">Usain Bolt</td> </tr> <tr> <td data-bbox="368 1337 639 1543">  Trinidad e Tobago </td> <td data-bbox="639 1337 847 1543">Richard Thompson</td> <td data-bbox="847 1337 1118 1543">  Jamaica </td> <td data-bbox="1118 1337 1331 1543">Yohan Blake</td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="1337 1267 1361 1543" style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Ilustrações: Acervo da Editora</p> <p data-bbox="732 1550 1331 1615">Fonte: London 2012 Olympics. Disponível em: <www.london2012.com>. Acesso em: 30 mar. 2016.</p> <p data-bbox="363 1630 1361 1695">Sabendo que o pódio olímpico dessa prova é composto dos três primeiros colocados, de quantas maneiras distintas o pódio poderia ser composto?</p>	Participantes da final masculina dos 100 m rasos nos Jogos Olímpicos de 2012				País	Atleta	País	Atleta	 Jamaica	Asafa Powell	 Estados Unidos	Ryan Bailey	 Holanda	Churandy Martina	 Estados Unidos	Tyson Gay	 Estados Unidos	Justin Gatlin	 Jamaica	Usain Bolt	 Trinidad e Tobago	Richard Thompson	 Jamaica	Yohan Blake
	Participantes da final masculina dos 100 m rasos nos Jogos Olímpicos de 2012																								
País	Atleta	País	Atleta																						
 Jamaica	Asafa Powell	 Estados Unidos	Ryan Bailey																						
 Holanda	Churandy Martina	 Estados Unidos	Tyson Gay																						
 Estados Unidos	Justin Gatlin	 Jamaica	Usain Bolt																						
 Trinidad e Tobago	Richard Thompson	 Jamaica	Yohan Blake																						
Fonte: Coleção Matemática: interação e tecnologia, Balestri (2016).																									

A questão do quadro 6, é um item que exige do estudante o conhecimento sobre como funciona um pódio olímpico, entender que cada posição quando é ocupada, não é possível ser ocupada por outro atleta.

Em seguida, ele precisa compreender corretamente o cálculo de Arranjo Simples, para poder proceder na solução da situação-problema apresentada de modo correta.

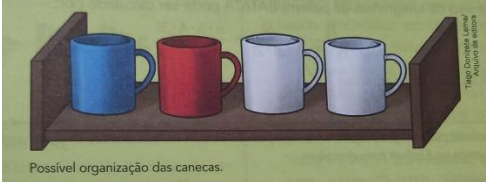


RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira


Quadro 7 – Item do nível 2 da taxonomia de Bloom.

<p>Nível da Taxonomia de Bloom</p>	<p>(Nível 2 – Compreender) – habilidade de dar significado ao conteúdo, de modo a realizar a interpretação do que foi compreendido e empregá-lo em outro contexto.</p>
<p>Questão 8</p>	<p>Tulio tem 4 canecas: 1 caneca azul, 1 caneca vermelha e 2 canecas brancas. Todas as canecas são iguais e se diferenciam exclusivamente pelas cores.</p>  <p>Possível organização das canecas.</p> <p>a) Liste todas as possibilidades de organizar essas canecas em uma prateleira. Use A para caneca azul, V para caneca vermelha, B₁ para umas das canecas brancas e B₂ para a outra caneca branca.</p> <p>b) Quantas possibilidades de organização das canecas você listou?</p>

Fonte: Coleção Matemática em contexto, Dante e Viana (2020).

A questão do quadro 7, é um item que exige do estudante o conhecimento sobre permutação e permutação com repetição, já que uma das canecas apresenta a mesma cor. Então, é necessário que ele saiba fazer a aplicação do conteúdo teórico em uma situação aplicada.

Quadro 8 – Item do nível 3 da taxonomia de Bloom.

<p>Nível da Taxonomia de Bloom</p>	<p>(Nível 3 – Aplicar) – habilidade de usar informações, métodos e conteúdos aprendidos em novas situações concretas, através da aplicação de regras, métodos, modelos, conceitos, princípios, leis e teorias.</p>
<p>Questão 9</p>	<p>(ENEM – MEC) A escrita Braille para cegos é um sistema de símbolos no qual cada caractere é um conjunto de 6 pontos dispostos em forma retangular, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos demais. Por exemplo, a letra A é representada por:</p>  <p>Acervo da editora</p> <p>O número total de caracteres que podem ser representados no sistema Braille é:</p> <p>a) 12 b) 31 c) 36 d) 63 e) 720</p>

Fonte: Contato Matemática, Sousa e Garcia (2016).



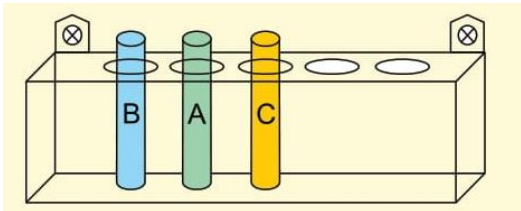
RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Em relação a questão apresentada no quadro 8 é esperado que o aluno aplique os conhecimentos de Análise Combinatória e de propriedade da potência a fim de solucionar a situação aplicada. Assim, são 6 pontos com 2 opções para cada um, grande ou pequeno.

Logo $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$. Desconta-se uma opção que é aquela que nenhum símbolo é grande, pois obrigatoriamente ao menos um deve ser $64 - 1 = 63$.

Quadro 9 – Item do nível 3 da taxonomia de Bloom.

<p>Nível da Taxonomia de Bloom</p>	<p>(Nível 3 – Aplicar) – habilidade de usar informações, métodos e conteúdos aprendidos em novas situações concretas, através da aplicação de regras, métodos, modelos, conceitos, princípios, leis e teorias.</p>
<p>Questão 10</p>	<p>(Famema – SP) Três tubos de ensaio, com rótulos A, B e C, serão colocados em um suporte que possui cinco lugares alinhados e encontra-se fixado em uma parede. A figura abaixo mostra uma das possíveis disposições dos tubos.</p>  <p>Sabendo que o tubo com rótulo A não pode ocupar as extremidades do suporte, o número de maneiras distintas de esses tubos serem colocados nesse suporte é: a) 12. b) 24. c) 36. d) 18. e) 30.</p>

Fonte: Coleção Matemática em contexto, Dante e Viana (2020).

No quadro 9, temos uma situação-problema, que precisa ser resolvida através de uma combinação de possibilidades sendo que o tubo A não pode ficar nas extremidades do suporte. Assim, o rótulo A, pode ser disposto de 3 maneiras distintas. Os rótulos B e C podem ser dispostos de $C_{4,2} \cdot 2!$ maneiras distintas.

O número de maneiras distintas de esses tubos serem colocados nesse suporte é

$$3 \cdot C_{4,2} \cdot 2! = 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36.$$



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Quadro 10 – Item do nível 3 da taxonomia de Bloom.

Nível da Taxonomia de Bloom	(Nível 3 – Aplicar) – habilidade de usar informações, métodos e conteúdos aprendidos em novas situações concretas, através da aplicação de regras, métodos, modelos, conceitos, princípios, leis e teorias.
Questão 11	<p>(Enem/2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.</p> <p>Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.</p> <p>O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há:</p> <ol style="list-style-type: none"> 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas. 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas. 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas. 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas. 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

Fonte: <https://www.todamateria.com.br/exercicios-de-analise-combinatoria/>

No quadro 10, temos uma situação-problema, que precisa ser resolvida através da habilidade de usar informações, métodos e conteúdos aprendidos em novas situações concretas, através da aplicação de regras, métodos, modelos, conceitos, princípios, leis e teorias. De acordo com o enunciado, existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos. Para resolver a questão devemos utilizar o princípio fundamental da contagem, pois o evento é composto por n etapas sucessivas e independentes.

Portanto, devemos multiplicar as opções para encontrar o número de escolhas. Esse valor corresponde a:

$$5 \cdot 6 \cdot 9 = 270$$

Sendo assim, há 270 possibilidades de um personagem escolher um objeto e esconder em um cômodo da casa. Como a resposta de cada aluno deve ser diferente dos demais, sabe-se que um dos alunos acertou, pois o número de alunos (280) é maior que o número de possibilidades (270), ou seja, há 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

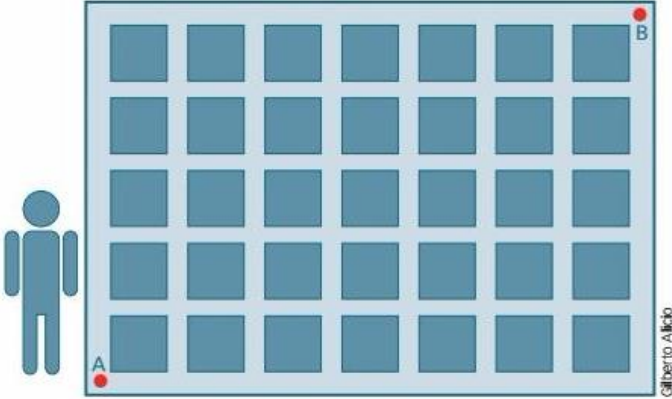


RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Quadro 11 – Item do nível 4 da taxonomia de Bloom.

<p>Nível da Taxonomia de Bloom</p>	<p>(Nível 4 – Analisar) – habilidade de subdividir o conteúdo em partes menores para entender a estrutura final, por meio da identificação das partes, da relação entre elas e do reconhecimento dos princípios organizacionais envolvidos.</p>
<p>Questão 12</p>	<p>(Unesp – 2010) A figura abaixo mostra a planta de um bairro de uma cidade. Uma pessoa quer caminhar do ponto A ao ponto B por um dos percursos mais curtos. Assim, ela caminhará sempre nos sentidos “de baixo para cima” ou “da esquerda para a direita”. O número de percursos diferentes que essa pessoa poderá fazer de A até B é:</p>  <p>a) 95040 b) 40635 c) 924 d) 792 e) 35</p>

Fonte: Coleção Matemática: interação e tecnologia, Balestri (2016).

A questão apresentada no quadro 11, exige habilidade de subdividir o conteúdo em partes menores para entender a estrutura final, por meio da identificação das partes, da relação entre elas e do reconhecimento dos princípios organizacionais envolvidos.

Dessa forma é necessário possuir conhecimentos teóricos e práticos sobre o Princípio Fundamental da Contagem e Permutações com repetição. Sejam os caminhos "de baixo para cima" chamados de tipo 1, e sejam os caminhos "da esquerda para a direita" chamados de tipo 2. Utilizando essa nomenclatura, para ir de A até B teremos que passar, necessariamente, por 5 caminhos do tipo 1 e também por 7 caminhos do tipo 2.

Sendo assim, o número de caminhos possíveis de A até B é dado pela permutação entre o número de caminhos possíveis do tipo 1 e do tipo 2, lembrando que os 5 caminhos do tipo 1 são iguais, assim como os 7 caminhos do tipo 2. O número C_{AB} de caminhos entre A e B é dado por:

$$C_{AB} = \frac{12!}{5!.7!} = 792$$

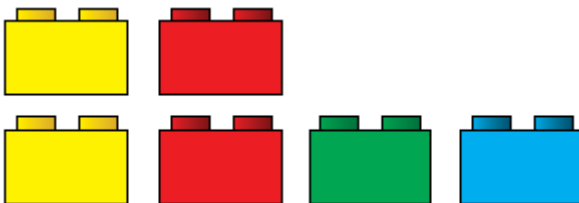
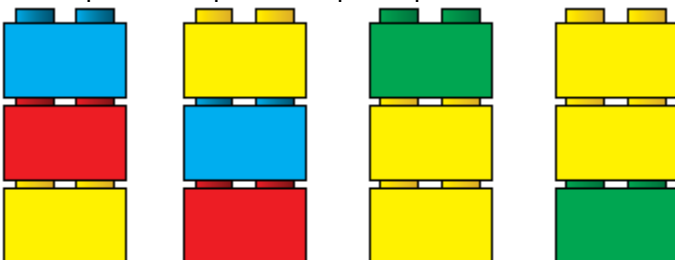


RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Quadro 12 – item do nível 4 da taxonomia de Bloom

<p>Nível da Taxonomia de Bloom</p>	<p>(Nível 4 – Analisar) - habilidade de subdividir o conteúdo em partes menores para entender a estrutura final, por meio da identificação das partes, da relação entre elas e do reconhecimento dos princípios organizacionais envolvidos.</p>
<p>Questão 13</p>	<p>(VUNESP 2017) Uma criança possui 6 blocos de encaixe, sendo 2 amarelos, 2 vermelhos, 1 verde e 1 azul.</p>  <p>Usando essas peças, é possível fazer diferentes pilhas de três blocos. A seguir, são exemplificadas quatro das pilhas possíveis.</p>  <p>Utilizando os blocos que possui, o total de pilhas diferentes de três blocos, incluindo as exemplificadas, que a criança pode fazer é igual a:</p> <p>a) 58 b) 20 c) 42 d) 36 e) 72</p>

Fonte: <https://www.infoescola.com/matematica/analise-combinatoria/exercicios/>

A questão presente no quadro 12, exige do estudante a habilidade de subdividir o conteúdo em partes menores para entender a estrutura final, por meio da identificação das partes, da relação entre elas e do reconhecimento dos princípios organizacionais envolvidos.

Temos dois casos a analisar:

1º) pilha com 3 cores diferentes: as cores podem ser escolhidas de $\binom{4}{3} = \binom{4}{1} = 4$ maneiras distintas e, uma vez escolhidas, podemos formar $3! = 6$ pilhas distintas com elas. Assim, temos $4 \cdot 6 = 24$ pilhas diferentes.

2º) pilha com 2 cores diferentes: inicialmente, a cor que vai aparecer 2 vezes pode ser vermelha ou amarela, ou seja, 2 opções, e a outra cor pode ser uma das 3 restantes. Uma vez escolhidas as duas cores da pilha, podemos formar $\frac{3!}{2!} = 3$ pilhas distintas.

Assim, temos $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$ pilhas diferentes. Logo, o total de pilhas é $24 + 18 = 42$.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Quadro 13 – item do nível 4 da taxonomia de Bloom

Nível da Taxonomia de Bloom	(Nível 4 – Analisar) – habilidade de subdividir o conteúdo em partes menores para entender a estrutura final, por meio da identificação das partes, da relação entre elas e do reconhecimento dos princípios organizacionais envolvidos.						
Questão 14	(ENEM 2017) – Como não são adeptos da prática de esportes, um grupo de amigos resolveu fazer um torneio de futebol utilizando <i>videogame</i> . Decidiram que cada jogador joga uma única vez com cada um dos outros jogadores. O campeão será aquele que conseguir o maior número de pontos. Observaram que o número de partidas jogadas depende do número de jogadores, como mostra o quadro:						
	Quantidade de jogadores	2	3	4	5	6	7
	Número de partidas	1	3	6	10	15	21
	Se a quantidade de jogadores for 8, quantas partidas serão realizadas? a) 64 b) 56 c) 49 d) 36 e) 28						

Fonte: <https://beduka.com/blog/exercicios/matematica-exercicios/exercicios-sobre-analise-combinatoria/>

A questão apresentada no quadro 13, exige do estudante a habilidade de subdividir o conteúdo em partes menores para entender a estrutura final, por meio da identificação das partes, da relação entre elas e do reconhecimento dos princípios organizacionais envolvidos.

Assim sendo, essa é uma questão de Análise Combinatória onde a interpretação da questão nos levará a utilizar a fórmula das combinações ou arranjos.

Como os jogadores jogam todos entre si, não faz diferença se a partida for (Jogador 1) X (Jogador 2) ou (Jogador 2) x (Jogador 1). Logo, temos que usar a fórmula das Combinações, e não de Arranjos.

$$C_{8,2} = \frac{8!}{(2! (8-2)!)} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{(2 \cdot 6!)} = \frac{56}{2} = 28$$

Em relação ao Nível 5 da Taxonomia de Bloom, que o verbo é Avaliar, é esperado que o aluno deve possuir a habilidade de julgar o valor do conhecimento um propósito específico, baseado em critérios previamente estabelecidos, que podem ser externos (relevância) ou internos (organização).

Em relação a esse nível da taxonomia, não conseguimos elencar neste trabalho questões que pudessem validar tal nível.

É possível que exista, porém não conseguimos identificar as questões dentro da pesquisa e dos livros consultados, talvez por falta de experiência ou por ter passado despercebido.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

Quadro 14 – Item do nível 6 da taxonomia de Bloom.

Nível da Taxonomia de Bloom	(Nível 6 – Criar) – habilidade de formular e trazer novas ideias para a discussão.
Questão 15	Elabore uma situação que pode ser representada pelo Princípio Fundamental da Contagem.

Fonte: Autores, 2023.

A situação problemas do quadro 14, exige do aluno o pleno entendimento o assunto de Análise Combinatória e a habilidade para criar um problema que possa ser representado e resolvido através do Princípio Fundamental da Contagem.

Quadro 15 – Item do nível 6 da taxonomia de Bloom.

Nível da Taxonomia de Bloom	(Nível 6 – Criar) – habilidade de formular e trazer novas ideias para a discussão.
Questão 16	Invente um problema claro que represente uma situação do cotidiano que seja possível responder utilizando a definição de Permutação Simples ou com repetição.

Fonte: Autores, 2023.

A atividade proposta no quadro 15, exige do aluno o pleno entendimento sobre a Análise Combinatória, em especial ao cálculo de permutações, sejam elas simples ou com elemento repetidos. Aqui vale consignar, que não discutidos a permutação circular.

Quadro 16 – Item do nível 6 da taxonomia de Bloom.

Nível da Taxonomia de Bloom	(Nível 6 – Criar) – habilidade de formular e trazer novas ideias para a discussão.
Questão 17	Escreva de modo simples um problema claro que represente uma situação do cotidiano ou não que seja possível responder utilizando a definição de Arranjo ou Combinação Simples a depender do problema elaborado. É importante frisar que se possível for insira uma imagem ou realize o desenho do que seria o cenário da situação.

Fonte: Autores, 2023.

A atividade proposta no quadro 16, exige do aluno o pleno entendimento sobre a Análise Combinatória, em especial a elaboração da situação e do cálculo de arranjo ou combinação simples.

Em relação ao nível 5 da Taxonomia de Bloom, dentro do levantamento na web e dos livros consultados do Ensino Médio, recomendados para o ensino de Análise Combinatória, não conseguimos identificar questões que pudessem satisfazer esse referido nível.

5. CONSIDERAÇÕES

Tendo como norte a proposta emanada, este trabalho teve como objetivo macro, estruturar questões que poderão futuramente ser aplicadas para os alunos do desenvolvimento da pesquisa de campo, que fornecerá elementos para elaboração da dissertação de mestrado.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

No decorrer deste trabalho, pode-se perceber que a elaboração de questões, exige do docente muito estudo, conhecimento e dedicação sobre as estruturas dos itens que podem ser propostos aos alunos.

Ele precisa estar atento para não utilizar no cotidiano escolar, questões ou situações-problemas sempre com a mesma característica, ou seja, explorando um mesmo nível de desenvolvimento cognitivo, não permitindo que o aluno avance ou conjecture novas possibilidades, como por exemplo, criar um problema inédito de acordo com o seu nível de aprendizagem proporcionado pelo processo de ensino docente.

As questões ou situações-problemas, necessitam dessa forma serem desenvolvidas através de critérios e ter objetivos claros, para não gerar uma controvérsia entre os documentos oficiais norteadores e a prática de sala de aula, visto que o objetivo reside em proporcionar a aprendizagem plena, e que todos os assuntos matemáticos façam sentido na vida cotidiano, ou seja, que seja realizado a transposição didática dos conteúdos.

Concluimos que a proposta apresenta potencial para novos estudos mais aprofundados, assim como a elaboração de novas questões.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, L. W.; KRATHWOHL, D. R. *et al.* **A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives.** New York: Longman, 2001.
- BALESTRI, R. **Matemática: interação e tecnologia.** 2. Ed. São Paulo: Leya, 2016. Vol. 2.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** 3ª versão. Brasília, DF: BNCC, 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997.
- DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contexto: análise combinatória, probabilidade e computação.** 1. Ed. Área: Matemática e suas tecnologias. São Paulo: Ática, 2020.
- HAZZAN, S. Fundamentos de matemática elementar: **Combinatória, Probabilidade.** 8. ed. São Paulo: Atual, 2013. Vol. 5.
- LIMA, C. C. B. **Análise Combinatória: uma aprendizagem significativa com mapas conceituais.** 2011. 201f. Dissertação (Mestrado) – UFPB, João Pessoa (PB), 2011.
- LORENZATO, S. **Para aprender matemática.** 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).
- MAYER, R. E. Rote Versus Meaningful Learning. **THEORY INTO PRACTICE**, v. 41, p. 227, 2002.
- MORGADO, A. C. *et al.* **Análise Combinatória e Probabilidade: com as soluções dos exercícios.** 10. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR
ISSN 2675-6218

SOBRE A ELABORAÇÃO DE UM CONJUNTO DE QUESTÕES ENVOLVENDO PROBLEMAS DE ANÁLISE
COMBINATÓRIA VOLTADOS AO ENSINO MÉDIO
Anderson Amaro Vieira

MORGADO, A. C. O.; PITOMBEIRA DE CARVALHO, J.; PINTO DE CARVALHO, P.; FERNANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade**. 9. ed. Rio de Janeiro: Graffex, 1991.

ROA, R.; NAVARRO-PELAYO, V. Razonamiento Combinatorio e Implicaciones para la Enseñanza de la Probabilidad. *In: JORNADAS EUROPEAS DE ESTADÍSTICA: La enseñanza y la difusión de la estadística*, 2001, Palma (Ilhas Baleares).

SÁ, P. F. de; SANTOS, M. de L. S.; RIBEIRO, A. da S. M. SAEB E PNLD: dissonâncias e implicações das avaliações de larga escala no contexto educacional brasileiro. **Revista Prática Docente**, [S. l.], v. 5, n. 2, p. 673-699, 2021. DOI: 10.23926/RPD.2526-2149. 2020. Disponível em: <http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br:443/periodicos/index.php/rpd/article/view/724>. Acesso em: 15 set. 2022.

SOUZA, J. R. de; GARCIA, J. da S. R. **CONTATO MATEMÁTICA**. 2º ano do Ensino Médio. São Paulo: FTD S.A, 2016.

TREVISAN, A. L.; AMARAL, R. G. do. **A Taxionomia revisada de Bloom aplicada à avaliação**: um estudo de provas escritas de Matemática. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 22, n. 2, p. 451-464, jun. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1516-731320160020011>. Acesso em: 26 set. 2022.