



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR
ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO

THE USE OF FRACTAL GEOMETRY IN THE CLASSROOM: A PRODUCTION REVIEW LITERARY IN PERNAMBUCO

EL USO DE LA GEOMETRÍA FRACTAL EN EL AULA: UNA REVISIÓN DE PRODUCCIÓN LITERARIO EN PERNAMBUCO

Lucas Belarmino da Silva¹, Irami Buarque do Amazonas², Maurício Costa Goldfarb³

e443095

<https://doi.org/10.47820/recima21.v4i4.3095>

PUBLICADO: 04/2023

RESUMO

A Geometria Fractal pode ser uma grande aliada no ensino básico graças a possibilidade de com ela se poder trabalhar, inclusive de forma lúdica, o ensino de diversos conteúdos matemáticos. A fim de investigar como a Geometria Fractal vem sendo utilizada em sala de aula, o presente artigo traz uma revisão de literatura de estudos específicos, produzidos no estado de Pernambuco, Brasil, nos últimos 10 anos. A maioria dos trabalhos analisados foram desenvolvidos por universidades públicas do estado, na modalidade de trabalhos de conclusão de cursos de graduação. De forma geral, todos os autores pesquisados compreendem a importância da geometria fractal como facilitador do ensino de diversos conteúdos da matemática relacionados a geometria.

PALAVRAS-CHAVE: Geometria Fractal. Ensino/aprendizagem. Ensino básico.

ABSTRACT

Fractal Geometry can be a great ally in basic education thanks to the possibility of working with it, even in a playful way, the teaching of various mathematical contents. In order to investigate how Fractal Geometry has been used in the classroom, this article presents a literature review of specific studies produced in the state of Pernambuco, Brazil, in the last 10 years. Most of the studies analyzed were developed by public universities in the state, in the form of completion of undergraduate courses. In general, all the authors surveyed understand the importance of fractal geometry as a facilitator of the teaching of various contents of mathematics related to geometry.

KEYWORDS: *Fractal Geometry. Teaching/learning. Basic education.*

RESUMEN

La Geometría Fractal puede ser un gran aliado en la educación básica gracias a la posibilidad de poder trabajar con ella, incluso de forma lúdica, la enseñanza de diversos contenidos matemáticos. Con el fin de investigar cómo la Geometría Fractal ha sido utilizada en el aula, este artículo presenta una revisión de la literatura de estudios específicos producidos en el estado de Pernambuco, Brasil, en los últimos 10 años. La mayoría de los estudios analizados fueron desarrollados por universidades públicas del estado, en forma de trabajos de finalización de cursos de pregrado. En general, todos los autores encuestados entienden la importancia de la geometría fractal como facilitador de la enseñanza de diversos contenidos de matemáticas relacionados con la geometría.

PALABRAS CLAVE: *Geometría Fractal. Enseñanza/aprendizaje. Educación básica.*

¹ Discente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade de Pernambuco - UPE.

² Professor da UPE – Campus Garanhuns/PE, Lic. Em Física pela Universidade Federal de Pernambuco Departamento de Física: Recife, PE, BR, Mestre e Doutor em Tecnologias Energéticas e Nucleares (CTG) - UFPE.

³ Graduado em Engenharia Civil (UFPB), Mestre em Engenharia Mecânica (UFPB). Professor adjunto da Universidade de Pernambuco – Campus Garanhuns.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

INTRODUÇÃO

O Fractal teve origem em 1975 pelo matemático polonês Benoit Mandelbrot, que criou o termo e a própria Geometria Fractal. Esta geometria é capaz de representar muitos elementos da natureza, incluindo alguns que a geometria euclidiana não consegue fazer de forma adequada. O próprio Mandelbrot (1982, p.1, tradução nossa) diz que “Nuvens não são esferas, montanhas não são cones, litorais não são círculos, a casca não é suave e nem o raio viaja em linha reta”.

De acordo com Rabay (2013),

Quando fazemos referência a geometria fractal, estamos relacionando o estudo dos fractais, aplicáveis a diversas áreas de conhecimento, onde no objeto de estudo reconhece-se a repetição de determinados padrões, mesmo alterando-se a escala do objeto observado, e que possamos identificar numa parte a autossimilaridade com o todo (RABAY, 2013, p. 2).

Para possibilitar a identificação, Daga (2017, p. 8) afirma que “um objeto pode ser classificado como um fractal quando possui as características de autossemelhança, complexidade e dimensão. Eles podem ser encontrados na natureza a exemplo do floco de neve, do relâmpago, da flor do brócolis romanesco e da concha marinha”. A geometria fractal também pode ser usada em diversas áreas como no desenvolvimento de tecnologias, na medicina, biologia, agricultura, entre outras.

Na educação matemática, no ensino básico, a geometria fractal tem sido utilizada como uma importante ferramenta, com possibilidade do uso de atividades práticas em sala de aula. Ela pode ser utilizada em diversos conteúdos da matemática, como no estudo de progressões geométricas e aritmética, logaritmos, razão, contagem, perímetro, área, volume, entre outros. No ensino básico, o uso da geometria fractal pode proporcionar aos alunos uma aprendizagem lúdica e mais atrativa, diferente do que se pode chamar de forma convencional. Para Rabay (2013, p. 101) “O uso dos fractais em sala de aula provoca a quebra do paradigma que a matemática é uma ciência pronta. Como tem aplicações práticas e de fácil compreensão, e reconhecido a semelhança com diversos elementos da própria natureza, mostra que a matemática que se estuda é aplicável”.

Neste trabalho, o uso da geometria fractal em sala de aula foi investigada por meio de uma pesquisa bibliográfica ou revisão de literatura. De acordo com Amaral,

a pesquisa bibliográfica é uma etapa fundamental em todo trabalho científico que influenciará todas as etapas de uma pesquisa, na medida em que der o embasamento teórico em que se baseará o trabalho. Consistem no levantamento, seleção, fichamento e arquivamento de informações relacionadas à pesquisa (AMARAL, 2007, p. 1).

Ou seja, Amaral (2007) diz que a pesquisa bibliográfica é uma condição necessária ao bom desenvolvimento de um trabalho científico. Para Pizzani *et. al.* (2012, p. 54) a pesquisa bibliográfica é “a revisão da literatura sobre as principais teorias que norteiam o trabalho científico. Essa revisão é o que chamamos de levantamento bibliográfico ou revisão bibliográfica, que pode ser realizada em livros, periódicos, artigos de jornais, sites da Internet entre outras fontes”.

Ainda sobre a pesquisa bibliográfica, Boccato (2006) diz que:



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

A pesquisa bibliográfica busca a resolução de um problema (hipótese) por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas. Esse tipo de pesquisa traz subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura científica. (BOCCATO, 2006, p. 266).

Tendo em vista os benefícios e possibilidade de utilizar a geometria fractal no ensino básico e a contribuição dessa geometria no ensino de diversos conteúdos matemáticos, esse estudo teve como objetivo geral a realização de uma Revisão da Literatura sobre a temática no estado de Pernambuco, Brasil, nos últimos 10 anos. De forma específica, a pesquisa bibliográfica teve foco de busca em revistas científicas especializadas, em anais de eventos científicos realizados no Estado e em trabalhos acadêmicos de conclusão de curso de graduação e pós-graduação que tratam sobre o ensino da geometria fractal, realizados no estado de Pernambuco.

MÉTODO

O estado de Pernambuco está localizado no Nordeste brasileiro, e é dividido em três grandes regiões que são Zona da Mata, Agreste e Sertão. Sua capital é a cidade do Recife. Sua área territorial é de 98.067,877 km² (IBGE 2022), e a população estimada é de 9.674.793 habitantes (IBGE 2021) e sua densidade demográfica é 89,63 hab./km² (IBGE 2010). O Índice de Desenvolvimento Humano – IDH de Pernambuco é de 0,673 (IBGE 2010) ocupando a 23^a colocação no *ranking* nacional. O clima pernambucano é o tropical, e pode variar em função da posição geográfica e distribuição das chuvas para tropical úmido, quente e úmido, semiárido e quente e seco.

No Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB de 2021, no ensino médio público, o Estado teve a nota 4,4, alcançando a terceira colocação no *ranking* nacional. Já no ensino fundamental da rede pública, Pernambuco conseguiu a notas 5,1 nos anos iniciais e 4,7 nos anos finais. O IDEPE – Índice de Desenvolvimento da Educação de Pernambuco da rede estadual, obteve a média 3,7 para ensino fundamental anos iniciais, 2,7 para os anos finais e 2,6 para o ensino médio.

A pesquisa aconteceu de forma *online* em sites de busca de trabalhos acadêmicos como o Google Acadêmico, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), ATTENA que é o repositório digital da Universidade Federal de Pernambuco UFPE. Foram utilizadas palavras – chave como: “geometria fractal”, “ensino de geometria fractal”, “ensino de geometria fractal em Pernambuco” e “uso da geometria fractal na sala de aula”. Então, a partir dos resultados obtidos, foram analisados apenas os estudos relacionados ao ensino de geometria fractal no ensino médio do estado de Pernambuco nos últimos 10 anos. O horizonte de 10 anos foi necessário devido à pequena quantidade de artigos específicos sobre o tema da pesquisa desenvolvidos no Estado.

DESENVOLVIMENTO

Através das estratégias de busca já mencionadas foram encontrados cinco trabalhos que são descritos detalhadamente a seguir:

Autor 1 - Alceu Domingues Alves



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

O artigo “Introduzindo a geometria fractal no ensino médio: uma abordagem baseada nas formas dos objetos construídos pela natureza”, foi produzido no ano de 2021 pelo autor Alceu Domingos Alves, estudante da universidade de Pernambuco (UPE) em Nazaré da Mata – PE, e colaboradores. O trabalho teve como objetivo propor e analisar estratégias didáticas para ensinar a geometria fractal, no ensino fundamental e médio, a partir da observação dos fenômenos naturais e objetos criados pelo homem.

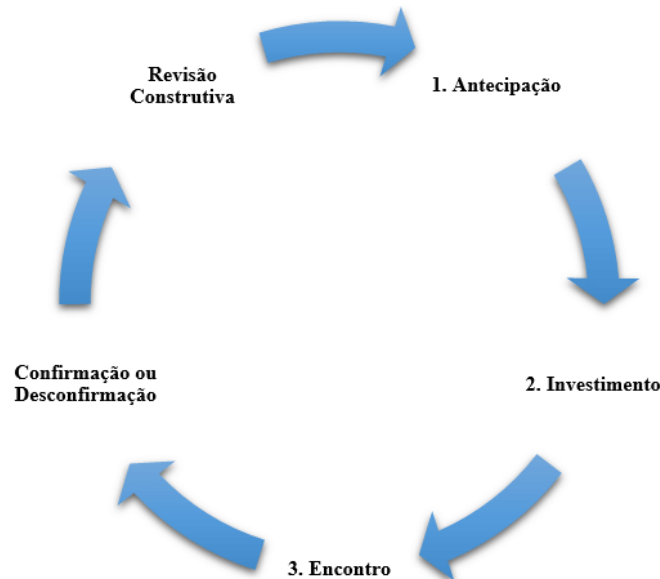
Estes autores utilizaram a teoria dos construtos pessoais de Kelly e o Ciclo de Experiências de Kelly (CEK), que é um ciclo formado por cinco etapas em que a aprendizagem ocorre, determinada pelos seguintes momentos: Antecipação, Investimento, Encontro, Confirmação ou Refutação e Revisão Construtiva. A pesquisa inicia-se na fase da Antecipação, que é onde se apresenta para os alunos a ideia inicial do objeto de pesquisa, ou seja, é onde os alunos tomam conhecimento do que será estudado. Com isso foram aplicadas atividades individuais para os alunos a fim de observar os objetos geométricos construídos pelo homem e pela natureza dentro e fora da sala de aula. Logo em seguida foi vivenciado a fase do Investimento, onde se busca o engajamento dos alunos com o evento. Também foram discutidas as principais propriedades da geometria fractal, utilizando-se textos a serem lidos sobre cada característica e sendo utilizado também atividades didáticas. As principais propriedades da geometria fractal também são discutidas nas fases de Encontro e Confirmação. Na fase de Encontro, os alunos responderam questionário sobre quais características observadas nos fractais das atividades propostas. Em seguida, na fase de Confirmação, foram discutidos os resultados de alguns alunos e apontados os acertos e equívocos cometidos por eles. Já na fase de Revisão Construtiva, observou-se os resultados de alguns alunos, na atividade anterior, comparando-se possíveis mudanças após a realização do Ciclo de Experiências de Kelly, em relação à atividade que foi feita na fase do Investimento. Durante o ciclo de experiência foram feitos experimentos em que se solicita que os alunos listem objetos presentes na sala de aula e associem com figuras geométricas comuns já conhecidas por eles, e depois listem objetos presentes em outros ambientes como jardins ou parques e também associem com figuras geométricas já conhecidas.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

Figura 1 – Representação do Ciclo da Experiência de Kelly utilizado pelo autor



Fonte: Alves (2021)

Com a intervenção didática aplicada, os autores obtiveram os primeiros dados sobre o aprendizado dos alunos em relação às características dos fractais estudados pelos alunos. A análise procurou focar nas características autossimilaridade, complexidade e dimensão fractal, e observou-se que dos três alunos escolhidos para ser feita a pesquisa, um obteve o resultado esperado em relação às características dos fractais, outro teve um desempenho ainda melhor, pois usou uma outra característica, e o terceiro aluno obteve conhecimento de apenas uma das características e teve mais dificuldade com as outras duas.

Após a intervenção didática, os autores concluíram que os alunos progrediram em relação às características fractais apresentadas, podendo descrever de maneira adequada os objetos construídos pela natureza. Concluíram também que é possível introduzir conceitos abstratos sobre geometria fractal no ensino médio, desde que se utilize ferramentas adequadas.

Autor 2 - Alex José de Lira

O Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) “O USO DE FRACTAIS NO ENSINO DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS: uma proposta de intervenção no 2º ano do Ensino Médio” foi submetido à Universidade Federal de Pernambuco – Campus Caruaru e foi produzido pelo docente do curso de licenciatura em matemática, Alex José de Lira, no ano de 2018. O trabalho teve como objetivo analisar o uso de fractais em uma proposta de intervenção para o ensino de progressões geométricas.

O autor realizou a pesquisa na escola estadual Eurico Queiroz, localizada no município de Bezerros – PE, Brasil. Nesta pesquisa, de característica qualitativa, houve a participação de 21 alunos do segundo ano do ensino médio. O trabalho foi dividido em três etapas, na primeira, foi realizado um pré-teste contendo questões sobre progressões geométricas, com o objetivo de analisar o desempenho



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

dos alunos em relação a esse tema. Para a análise dos dados, utilizou-se do modelo de análise do erro utilizada por De La Torre. Na segunda etapa foi realizada uma intervenção, apresentando-se a definição da Geometria Fractal e relacionando com figuras da natureza que possuem autossimilaridade; usando como exemplo a couve-flor, os brócolis e os pinheiros canadenses. Também foi ressaltado a importância dos fractais para a tecnologia e a medicina, e após isso foram apresentados alguns fractais clássicos como o conjunto de Cantor, a Curva de Koch e o triângulo e o tapete de Sierpinski. Em seguida foi proposta a construção de alguns fractais utilizando recursos como cartões fractais tridimensionais, construção a partir de *software* e fractais no plano. Na terceira etapa, foi realizado um pós-teste afim de observar a eficiência do uso de fractais no ensino de Progressões Geométricas (PG). Para tanto foi aplicado questionário compará-lo ao do pré-teste, com o intuito de identificar as diferenças e semelhanças no resultado desses dois.

Ao analisar os resultados do questionário sobre progressão geométrica do pré-teste, o autor identificou muita dificuldade dos alunos para resolver as questões, principalmente, quando era necessário utilizar operações com números racionais nas formas fracionárias e decimais. Com o plano de intervenção os pesquisadores descrevem a animação dos alunos com o uso da geometria fractal no ensino de progressão geométrica. Na aplicação do questionário do pós-teste, manteve-se os mesmos critérios e nível do pré-teste, e, sobre os resultados, o autor observou que houve uma melhora bastante significativa em algumas questões, ou seja, que a geometria fractal de fato ajudou os alunos a resolverem questões de PG. Em outras questões abordadas na pesquisa, não foram observados avanços significativos, justificando-se principalmente pelo fato de os alunos ainda terem deficiência em outras áreas da matemática. De forma geral, observa-se melhoras significativas graças à intervenção realizada.

Com a análise dos resultados o autor conclui que é perceptível que a geometria fractal pode contribuir com o ensino de progressão geométrica no ensino básico, principalmente pelo fato de que o aluno tem autonomia de desenvolver procedimentos sem ter que usar apenas algoritmos e fórmulas, uma grande vantagem para o aluno, graças ao recurso da geometria fractal.

Autor 3 - Delba Costa da Silva Alves

A dissertação “Fractais: uma ferramenta no ensino médio” foi apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, em Recife, pela discente Delba Costa da Silva Alves, no ano de 2019. Teve como principal objetivo a investigação da geometria fractal como recurso para entendimento, de alunos do 2º ano do ensino médio, sobre conteúdos relativos a Progressão Aritmética e Geométrica.

A pesquisa foi realizada na Escola Técnica Estadual Almirante Soares Dutra na cidade do Recife – PE, Brasil, em turma do 2º do ensino médio, com 38 alunos com idade entre 14 e 15 anos. A pesquisa foi feita de forma qualitativa e foi realizada a partir da aplicação de três atividades. A primeira atividade foi composta por 3 questões. A primeira questão solicita que os alunos desenhem formas geométricas que eles conhecem e depois identifiquem essas figuras com seus nomes. Na segunda questão é apresentada uma tabela com elementos conhecidos pelos alunos, então eles devem



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

completar a tabela associando o nome de uma figura geométrica que pode representar o respectivo elemento. A terceira questão pede que o aluno apenas identifique se houve dificuldade em fazer a questão anterior e justificar a resposta.

Na segunda atividade, solicitou-se para os alunos a construção de quatro iterações do fractal denominada Triângulo de Sierpinski, escolhido por ser de simples construção, utilizando apenas papel, lápis, borracha, régua e esquadro. Na terceira atividade, os alunos tiveram que completar uma tabela onde contém colunas com as iterações do Triângulo de Sierpinski construído na atividade anterior, e então os alunos deverão completar essas colunas de acordo com as perguntas como número de triângulos, perímetro dos triângulos, entre outros relacionadas a cada iteração dessa figura.

Na primeira atividade e primeira questão a autora obteve os resultados já esperados como figuras planas básicas e alguns sólidos geométricos também utilizados, um pouco mais de dificuldade na segunda questão ao não conseguirem associar as figuras geométricas corretamente a alguns elementos propostos, e na terceira questão a maioria dos alunos respondeu que teve dificuldade em relacionar alguns dos elementos. Na segunda atividade a autora observou que o grande problema da maioria dos alunos foi referente à utilização dos instrumentos de desenho como a régua e o esquadro, e ao finalizar a figura fractal havia muitas medições incorretas com necessidade de correção. Na terceira atividade observou-se os padrões e generalizações para identificar o desenvolvimento dos alunos sobre a ideia de progressão, tanto geométrica como a aritmética. Então, a autora observou que a maioria dos alunos conseguiram escrever uma sequência, e também conseguiram associar com outros conteúdos, como os padrões de regularidade vistos nos fractais e ligados ao conceito de progressão geométrica. Já sobre a generalização, diferente das sequências, poucos alunos conseguiram a generalização da sequência obtida por eles. Nas questões discursivas observou-se que os alunos aprenderam com as atividades realizadas na sala ao utilizar corretamente os conhecimentos obtidos por eles com aquelas atividades, ou seja, eles possuem compreensão da relação direta que a sequência tem com a formação do fractal.

A autora concluiu que o trabalho tem importância em vários fatores, e cita alguns deles como a apresentação de uma geometria desconhecida pelos alunos, assim como a possibilidade do aluno usar seus conhecimentos para resolver algo novo para eles. Ela cita ainda outro fator que é a percepção da desvalorização do rigor matemático na escrita em sala de aula. Observou-se também que nenhum aluno conhecia o termo fractal, e após as atividades eles se mostraram bastante animados para conhecer mais sobre o conteúdo estudado. Outra observação na pesquisa foi que algumas dificuldades dos estudantes se relacionam a conteúdos sobre ensino de função, insuficiente para a compreensão das situações de generalização.

Autor 4 - Felipe Camargo Marcolino

A monografia “Contextualizando o ensino de Geometria Analítica com aplicação na construção de Objetos Fractais” foi apresentada ao Curso de Física-Licenciatura do Núcleo de Formação Docente do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, na cidade de Caruaru –



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

PE, Brasil, pelo discente Felipe Camargo Marcolino, no ano de 2016. A pesquisa tem o objetivo de apresentar uma contextualização do ensino de Geometria Analítica com o uso da Geometria Fractal.

O autor descreve o procedimento para obter o fractal chamado Poeira de Cantor, utilizando a geometria analítica. Para tanto, foi preciso utilizar os conceitos de coordenadas de um ponto e distância entre dois pontos. Após apresentar o procedimento necessário para realizar a Poeira de Cantor, ele descreve o que é preciso para construir o fractal Curva de von Koch, utilizando também a geometria analítica. Então, para a obtenção desse fractal, é preciso em cada iteração, obter pontos que não estão no mesmo seguimento de reta. Logo, é necessário definir um seguimento de reta, dividir esse segmento em três partes iguais e em seguida substituir a parte central por um V invertido. Assim, esse processo se repete infinitas vezes em todos os seguimentos de reta formados nas iterações seguintes. Após apresentar esses fractais, o autor apresenta outros fractais que são o Tapete de Sierpinski e a Gaxeta de Sierpinski. Então ele descreve como esses fractais são construídos, sempre contextualizando essa construção com a geometria analítica.

O autor conclui que inserir a geometria fractal no contexto da geometria analítica introduz o conceito dessa geometria moderna aos alunos e também os incentiva a pesquisar mais sobre aplicações desse novo conteúdo. O autor também fala que a construção de fractais pode ser feita tanto com papel e caneta como também com um computador, se os alunos tiverem algum conhecimento sobre computação.

Autor 5 - Matheus Henrique Cordeiro dos Santos

O Trabalho de Conclusão de Curso “GEOMETRIA FRACTAL: possibilidades de utilização na Matemática do Ensino Básico” foi apresentado ao Curso de Expressão Gráfica da Universidade Federal de Pernambuco, na cidade do Recife – PE, Brasil. O trabalho foi apresentado pelo discente Matheus Henrique Cordeiro dos Santos, no ano de 2022. O objetivo desse trabalho é investigar a possibilidade de se utilizar a Geometria Fractal ao abordar os conteúdos de Matemática (conteúdos de contagem, perímetros, áreas e volumes) do Ensino Básico.

A partir de uma pesquisa bibliográfica baseada no trabalho de Marconi e Lakatos (2003), os autores deram início ao desenvolvimento do trabalho. Então o autor divide o trabalho em três etapas: a primeira é uma pesquisa bibliográfica sobre a Geometria Fractal, a segunda é uma análise documental e a terceira etapa é feita uma construção de propostas, a partir dos dados obtidos nas duas fases anteriores.

Na primeira etapa o autor fala dos conceitos da Geometria Fractal, como os estudos de Benoit Mandelbrot e sua contribuição para a geometria fractal. Também foram apresentadas as características de outros fractais conhecidos como Curva de Koch, Ilha de Koch, Triângulo de Sierpinski, entre outros. Foi apresentado também sobre a relação da geometria fractal com outras áreas da matemática como conceitos matemáticos de contagem, perímetro, área e volume. Na segunda etapa, foi feita uma análise documental e discursões dessas análises. Primeiramente foram buscadas indicações feitas pela Base Nacional Comum Curricular e Currículos de Matemática para o Ensino Fundamental e para o Ensino Médio do Estado de Pernambuco, para o estudo de temas relacionados a Geometria Fractal. Também

RECIMA21 - Ciências Exatas e da Terra, Sociais, da Saúde, Humanas e Engenharia/Tecnologia



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

foram analisados quatro artigos selecionados que trazem propostas para utilização da geometria fractal no ensino básico. Na terceira etapa foram comentadas as contribuições trazidas pelos estudos dos autores dos quatro artigos citados. Logo depois, por meio de um plano de ensino com sequência didática, foram apresentadas cinco aulas para o 3º ano do Ensino Médio referentes às possibilidades de utilização da Geometria Fractal no ensino básico.

Ao analisar a BNCC e os Currículos de Pernambuco, o autor observou que a Geometria Fractal ainda não possui destaque no ensino da Matemática, e observa que essa geometria pode ser utilizada como uma ferramenta no ensino de um determinado conteúdo. Em seguida foram analisados os quatro artigos selecionados e citados anteriormente. O autor fez várias observações sobre esses trabalhos, desde as contribuições para ser construído o desenvolvimento do plano de ensino, até situações que não foram esclarecidas nos artigos como, por exemplo, cálculos ilegíveis, *softwares* que necessitam de mais descrição e atividades com falta de exemplos visuais. Então, no plano de ensino do autor, buscou-se também esclarecer essas situações, e a partir dessas análises, o autor fundamentou uma proposta para o 3º ano do Ensino Médio.

O autor conclui e sugere que, tendo em vista a grande possibilidade de utilização da Geometria Fractal no ensino básico apresentado em seu trabalho, futuramente novos estudos possam criar propostas para a modificação da BNCC e dos Currículos de Pernambuco, para haver uma maior inserção desta geometria no ensino básico.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após a análise dos trabalhos, observou-se que as pesquisas desenvolvidas pelos autores 1, 2 e 3 apresentam procedimentos aplicados em sala de aula com os alunos, ou seja, diferente dos demais, eles vivenciaram “na prática” o desenvolvimento dos alunos ao decorrer das intervenções didáticas aplicadas. Desses autores, o autor 1 realizou atividades envolvendo apenas a geometria fractal e utilizando questionários para a análise da evolução dos alunos. O autor 2 realizou atividades que envolvem a geometria fractal como ferramenta para o aprendizado de progressão geométrica, utilizando como material didático, questionários, cartões fractais tridimensionais, construção a partir de *software* e fractais no plano. O autor 3 também realizou atividades que utilizam a geometria fractal como ferramenta para o aprendizado da progressão aritmética e geométrica, utilizando para isso tabelas para serem completadas pelos alunos, assim como construções de iterações da figura fractal conhecida como Triângulo de Sierpinski.

Nos trabalhos dos autores 4 e 5 foi observado que não houve uma vivência em sala de aula com os alunos. O autor 4 apresenta nesse sentido apenas uma contextualização do ensino de Geometria Analítica com o uso da Geometria Fractal. Ele basicamente descreve como são construídas várias figuras fractais utilizando apenas pontos e retas no plano cartesiano, sem apresentar alguma proposta didática. Já o autor 5, apesar de não realizar atividades em sala de aula, apresenta algumas propostas didáticas para serem usadas em sala de aula para os alunos, baseadas em uma pesquisa bibliográfica e uma análise documental sobre a geometria fractal feita pelo próprio autor.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

De forma geral, pode-se afirmar que todos os autores procuraram utilizar nos questionários, questões que utilizam geometrias observadas na natureza e na vida cotidiana do aluno, a fim de possibilitar uma abordagem mais lúdica em relação ao uso da geometria fractal no ensino. Também foi apresentado pelos autores um aprofundamento teórico, trazendo os conceitos da geometria fractal e também características de várias outras figuras fractais como Curva de Koch, Ilha de Koch, Conjunto de Cantor, Tapete de Sierpinski, entre outros. Também foi ressaltado pelos autores a importância da geometria fractal em outras áreas como para a tecnologia e a medicina.

Nas tabelas a seguir pode-se observar uma síntese de características dos trabalhos analisados nesta revisão.

Tabela 1 - Informações sobre localidade da produção dos estudos analisados

Autores	Instituição de Ensino	Campus
Autor 1	UPE – Universidade de Pernambuco	Nazaré da Mata
Autor 2	UFPE – Universidade Federal de Pernambuco	Caruaru
Autor 3	UFRPE – Universidade Federal Rural de Pernambuco	Recife
Autor 4	UFPE – Universidade Federal de Pernambuco	Caruaru
Autor 5	UFPE – Universidade Federal de Pernambuco	Recife

Fonte: os autores

Tabela 2 – tipo de trabalho acadêmico desenvolvido pelos autores

Autores	Tipo de Trabalho Acadêmico
Autor 1	Artigo Científico
Autor 2	Monografia (TCC)
Autor 3	Dissertação (Mestrado)
Autor 4	Monografia (TCC)
Autor 5	Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação)

Fonte: os autores



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

Na tabela 1, observou-se que a totalidade dos trabalhos pesquisados foram desenvolvidos por universidades públicas, destacando-se a Universidade Federal de Pernambuco, seguida pela Universidade de Pernambuco e a Universidade Federal Rural de Pernambuco. A tabela 2, por sua vez, apresenta uma prevalência de trabalhos acadêmicos de conclusão de cursos de graduação destas universidades.

CONSIDERAÇÕES

A utilização da geometria fractal no ensino básico, além de um conteúdo novo, tem importância principalmente por sua capacidade de ser utilizada como ferramenta para o aprendizado de outros conteúdos matemáticos como progressão geométrica, área, volume, perímetro, logaritmos, entre outros. O ensino destes conteúdos pode se tornar mais atrativo a partir da utilização de fractais, inclusive com possibilidades lúdicas, conforme apresentado na literatura.

Devido a pequena utilização da geometria fractal tanto na educação básica quanto no ensino superior, muitos discentes finalizam a graduação sem ao menos ter ouvido falar sobre fractais. Como consequência, existem poucas produções sobre a sua utilização na sala de aula. A partir da revisão de literatura feita, foi possível compreender o conteúdo de geometria fractal como um campo fértil de oportunidades para que pesquisadores possam desenvolver estudos voltados à produção de material didático específico.

REFERÊNCIAS

ALVES, Alceu et al. Introduzindo a geometria fractal no ensino médio: uma abordagem baseada nas formas dos objetos construídos pela natureza. **Latin American Journal of Development**, Curitiba, v. 3, n. 4, p. 2847-2857, jul./ago. 2021. Disponível em: <https://ojs.latinamericanpublicacoes.com.br/ojs/index.php/jdev/article/view/749> . Acesso em: 13 dez. 2022.

ALVES, Delba Costa da Silva. **Fractais**: uma ferramenta no ensino médio. 2019. 78 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT)) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2019. Disponível em: <http://www.tede2.ufpe.br:8080/tede2/handle/tede2/8463>. Acesso em: 19 jul. 2022.

AMARAL, João J. F. **Como fazer uma pesquisa bibliográfica**. 2007. 21 p. Universidade Federal do Ceará, Fortaleza – CE, 2007. Disponível em: <http://200.17.137.109:8081/xiscanoe/courses-1/mentoring/tutoring/Como%20fazer%20pesquisa%20bibliografica.pdf>. Acesso em: 08 mar. 2023.

BOCCATO, V. R. C. Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação. **Rev. Odontol. Univ. Cidade São Paulo**, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 265-274, 2006. Disponível em: http://arquivos.cruzeiroseducacional.edu.br/principal/old/revista_odontologia/pdf/setembro_dezembro_2006/metodologia_pesquisa_bibliografica.pdf . Acesso em: 11 mar. 2023.

DAGA, Marcelo da Silva. **Uma análise da geometria fractal**. 2017. 17 f., il. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Ciências Naturais) - Universidade de Brasília, Planaltina-DF, 2017. Disponível em: <https://bdm.unb.br/handle/10483/18188>. Acesso em: 09 mar. 2023



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

O USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA SALA DE AULA: UMA REVISÃO DA PRODUÇÃO LITERÁRIA EM PERNAMBUCO
Lucas Belarmino da Silva, Irami Buarque do Amazonas, Maurício Costa Goldfarb

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Cidades e estados**. Brasília: IBGE, 2022. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/pe.html>. Acesso em: 29 mar. 2023

LIRA, Alex José de. **O uso de fractais no ensino de progressões geométricas**: uma proposta de intervenção no 2º ano do ensino médio. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática - Licenciatura) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/42583> . Acesso em: 21 jul. 2022.

Mandelbrot, B. B. **The Fractal Geometry of Nature**. New York: W. H. Freeman, 1982. Disponível em: <https://www.pdfdrive.com/the-fractal-geometry-of-nature-e33421309.html> . Acesso em: 29 mar. 2023.

MARCOLINO, Felipe Camargo. **Contextualizando o ensino da geometria analítica com aplicação na construção de objetos fractais**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Física - Licenciatura) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/43367>. Acesso em: 21 jul. 2022.

PIZZANI, L.; SILVA, R. C. da; BELLO, S. F.; HAYASHI, M. C. P. I. A arte da pesquisa bibliográfica na busca do conhecimento. **RDBCI: Revista Digital de Biblioteconomia e Ciência da Informação**, Campinas, SP, v. 10, n. 2, p. 53–66, 2012. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/rdbci/article/view/1896>. Acesso em: 11 mar. 2023.

RABAY, Yara Silvia Freire. **Estudo e aplicações da geometria fractal**. 2013. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/7651>. Acesso em: 08 mar. 2023.

SANTOS, Matheus Henrique Cordeiro dos. **Geometria Fractal: possibilidades de utilização na Matemática do Ensino Básico**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Expressão Gráfica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/48266>. Acesso em: 13 dez. 2022.