



ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS

ANALYSIS OF PROBLEM SOLVING STRATEGIES INVOLVING MULTIPLICATIVE STRUCTURES

ANÁLISIS DE ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE INVOLUCRAN ESTRUCTURAS DE MULTIPLICACIÓN

Eduarda Chaves Barbosa¹, Luciana Silva dos Santos Souza²

e443104

<https://doi.org/10.47820/recima21.v4i4.3104>

PUBLICADO: 04/2023

RESUMO

O artigo apresenta resultados de uma pesquisa realizada com 46 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública situada no Agreste Setentrional de Pernambuco, com o objetivo de analisar os esquemas que envolvem as estruturas multiplicativas a partir das estratégias de resolução de problemas convencionais. Para analisar as estratégias utilizadas pelas crianças nos respaldamos em elementos da Teoria dos Campos Conceituais. As questões propostas aos estudantes são triviais, mas foram contextualizadas e exploram as propriedades multiplicativas. A análise documental dos protocolos individuais dos estudantes revelou que, em se tratando das estruturas multiplicativas, as estratégias mais utilizadas pelos discentes consistem em realizar adições e utilizar a regra de três simples, revelando que os estudantes apresentam dificuldades em sua resolução. Os resultados sugerem que o fracasso dos participantes no processo de resolução também pode estar relacionado às dificuldades de leitura e a interpretação dos enunciados, visto que as crianças já sabem resolver multiplicações. A pesquisa visa fomentar reflexões acerca da resolução de problemas envolvendo as estruturas multiplicativas por meio da análise do erro como estratégia didática e das possíveis intervenções para a superação dos obstáculos à aprendizagem.

PALAVRAS-CHAVE: Resolução de problemas. Teoria dos Campos Conceituais. Estruturas Multiplicativas. Estratégias de resolução.

ABSTRACT

The article presents the results of a research carried out with 46 of 6th grade students from a public school located in the Agreste Norte de Pernambuco, with the objective of analyzing the schemes involving multiplicative structures from conventional problem solving strategies. To analyze the strategies used by children we rely on elements of the Theory of Conceptual Fields. The questions proposed to students are trivial but have been contextualized and explore the multiplicative properties. The documentary analysis of the individual protocols of the students revealed that in itself dealing with the multiplicative structures the strategies most used by the students consist of sum and rule of three simple, showing that the students present difficulties in their resolution. The results suggest that the failure of the participants in the resolution process may be associated with difficulties in reading and interpreting the statements since children know how to solve multiplication. The research aims to encourage reflections on problem solving involving multiplicative structures through the analysis of error as a didactic strategy and possible interventions to overcome obstacles to learning.

KEYWORDS: Problem solving. Theory of conceptual fields. Multiplicative Structures. Resolution strategies.

RESUMEN

El artículo presenta resultados de una investigación realizada con 46 alumnos del 6º año de la Enseñanza Fundamental de una escuela pública ubicada en el Agreste Septentrional de

¹Graduanda em Licenciatura Plena em Matemática na Universidade de Pernambuco- Campus Garanhuns.

² Doutora em Ensino das Ciências (UFRPE). Doutora em Science de L'Éducation (UniversitéLumière - Lyon 2); Professora adjunta da Universidade de Pernambuco.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

Pernambuco, con el objetivo de analizar los esquemas que involucran las estructuras multiplicativas a partir de las estrategias de resolución convencional de problemas. Para analizar las estrategias utilizadas por los niños, utilizamos elementos de la Teoría de los Campos Conceptuales. Las preguntas propuestas a los estudiantes son triviales, pero fueron contextualizadas y exploran las propiedades multiplicativas. El análisis documental de los protocolos individuales de los estudiantes reveló que, cuando se trata de estructuras multiplicativas, las estrategias más utilizadas por los estudiantes consisten en realizar sumas y usar la regla de tres simple, revelando que los estudiantes tienen dificultades para resolverlas. Los resultados sugieren que el fracaso de los participantes en el proceso de resolución también puede estar relacionado con dificultades en la lectura e interpretación de los enunciados, ya que los niños ya saben resolver multiplicaciones. La investigación tiene como objetivo fomentar la reflexión sobre la resolución de problemas que involucran estructuras multiplicativas a través del análisis de errores como estrategia didáctica y posibles intervenciones para superar los obstáculos del aprendizaje.

PALABRAS CLAVE: Resolución de problemas. Teoría de los Campos Conceptuales. Estructuras multiplicativas. Estrategias de resolución.

INTRODUÇÃO

Algumas pesquisas realizadas no Brasil (CARRAHER *et al.*, 1997; ARAÚJO, 2015; CASTRO *et al.* 2016, por exemplo) sugerem que a unidade temática números é privilegiada nas abordagens em sala de aula na Educação Básica, sobretudo no que tange às operações envolvendo as estruturas aditivas e multiplicativas.

Desse modo, os estudos evidenciam que os objetos de saber da unidade temática números são exaustivamente explorados desde os primeiros anos da escolaridade. Isso ocorre em função de diversos fatores, dentre os quais o grande volume de conteúdos da unidade temática, ao fato de que muitas vezes estes conteúdos favorecem as imbricações com as outras unidades temáticas do currículo (estatística e probabilidade; grandezas e medidas, por exemplo).

Os organizadores curriculares do componente matemática no Estado de Pernambuco, para o Ensino Fundamental (EF) estudam muito mais conteúdos da unidade temática números do que de outras unidades temáticas desse currículo. Teoricamente, o referido documento curricular fomenta que o trabalho realizado com os objetos de saber matemático, nas turmas do 6º ao 9º ano do EF deste território, tenha mais ênfase nos conteúdos da unidade temática números, sobretudo no que tange às operações e propriedades numéricas.

Assim sendo, ficará a cargo dos professores de matemática promover as devidas articulações entre ideias, conceitos, propriedades e relações de natureza matemática para favorecer a ampliação do repertório de conhecimentos dos estudantes. Considerando esses argumentos introdutórios e as nossas compreensões pessoais, questionamos: Quais as dificuldades dos estudantes que concluíram a primeira etapa do ensino fundamental (1º ao 5º ano) ao solucionar problemas que envolvem estruturas multiplicativas?

A problemática norteadora da pesquisa nos faz pensar que se os objetos de saber da unidade temática números, sobretudo as operações fundamentais, são os tópicos mais privilegiados



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

em sala de aula, as crianças não deveriam enfrentar dificuldades ao solucionar problemas que demandam essa habilidade.

Em contrapartida, os resultados das avaliações externas (Prova Brasil e do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco - SAEPE), dizem o oposto considerando os descritores que versam sobre os conteúdos supracitados. Os dados indicam que os níveis de proficiência matemática dos estudantes concluintes do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental, alcançam parâmetros da escala que estão muito aquém do desejável.

Diante desse prognóstico, questionamos: se as operações fundamentais são exaustivamente exploradas nas aulas de matemática, desde os primeiros anos do ensino fundamental, então por que os estudantes não conseguem estabelecer estratégias de resolução eficientes na resolução de problemas triviais envolvendo as estruturas multiplicativas?

Tal inquietação norteou a nossa investigação em uma turma com 46 estudantes do 6º ano do ensino fundamental, de uma escola pública do município de Lagoa do Ouro-PE, Brasil. Nesse sentido, apresentamos aos estudantes uma ficha de atividades com situações envolvendo multiplicação e divisão após constatarmos em sala de aula que considerável número de estudantes dessa turma sabiam organizar esquemas e resolver algoritmos e resolvê-lo, mas não eram capazes de discernir o tipo de operação a ser realizada no contexto dos problemas propostos pelo professor de matemática.

A atividade matemática na sala de aula deveria instigar a curiosidade e o protagonismo do aluno para favorecer, dentre outros aspectos, a elaboração de estratégias pessoais de cálculo e, por conseguinte, a construção de conhecimentos acerca das operações fundamentais, tal como menciona. Nesse contexto, as situações didáticas propostas pelo professor são de fundamental importância, pois a diversidade de situações amplia a possibilidade da construção de sentido para as aprendizagens, pelo estudante.

Todavia, o ensino da matemática se faz, tradicionalmente, sem referências ao que os alunos já sabem, causando uma grande dificuldade no processo de ensino-aprendizagem que infelizmente, a experiência docente na classe de matemática nos faz constatar com frequência que as crianças têm estratégias padronizadas e limitadas no processo de resolução de problemas envolvendo estruturas aditivas e multiplicativas; bem como, que as estratégias pessoais de cálculo não têm sido estimuladas. Nesse sentido, percebemos que as crianças tendem a apresentar estratégias ou esquemas de resolução aditivos para solucionar problemas de natureza multiplicativa.

Tais aspectos despertaram o nosso interesse e, por conseguinte, o desejo de investigar a capacidade de resolver problemas multiplicativos de estudantes concluintes do Ensino Fundamental I, recém-chegados ao 6º ano dessa mesma modalidade de ensino. Para tanto, realizamos o presente estudo oriundo de uma pesquisa realizada em uma escola da rede pública de um dos municípios situados no Agreste setentrional do Estado de Pernambuco.

Portanto, no início do ano letivo 2022, 46 crianças do 6º ano de uma escola pública passaram por um processo de sondagem, com a finalidade de identificarmos as dificuldades advindas de anos



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

anteriores acerca da resolução de problemas envolvendo as operações aditivas e multiplicativas. Nesse processo, elas resolveram uma série de problemas triviais (comumente explorados em sala de aula e no livro didático de matemática), relacionados às referidas estruturas.

Os nossos estudos preliminares na iniciação científica, a partir de Carraher (2005); Nunes, Carraher e Schilemann (2011) por exemplo, sugerem que há incongruências entre o ensino da matemática escolar e a capacidade de aplicação do conhecimento dele decorrente nas práticas cotidianas, pois apesar dos esforços do movimento da Educação Matemática, ainda são privilegiadas a memorização, a repetição e a reprodução em sala de aula ao invés da promoção de situações didáticas que fomentem a construção de significados para os objetos de ensino.

Isso faz com que a maioria dos estudantes não consiga estabelecer relações entre os conhecimentos adquiridos em sala de aula com aqueles demandados no contexto das práticas cotidianas. Ou ainda, perpetuam as dificuldades de aprendizagem acumuladas ano após ano da escolaridade, fazendo-os esquecer facilmente os conceitos, as propriedades e as relações possíveis, em decorrência da provisoriedade do conhecimento produzido na sala de aula.

É perceptível que muitos estudantes não conseguem transpor as dificuldades de aprendizagem para que possam ampliar seus repertórios de conhecimentos por meio de desenvolvimento de habilidade e, por conseguinte, da construção de competências e habilidades matemáticas estabelecidas nos organizadores curriculares.

As atividades experimentais de pesquisa de Guy Brousseau (1996) propõem a diversificação das situações didáticas (ação, formulação, validação e institucionalização) para ampliar as chances de aprendizagem dos estudantes. Desse modo, o professor é o principal agente na mediação da atividade dos estudantes, instigando-os a atuarem na formulação de estratégias pessoais, na construção de ferramentas de prova/demonstração em resposta às diferentes situações que promovem na aula de matemática.

Em sequência, ele deve promover o processo de devolução das respostas apresentadas pelo estudante para que reflitam e encontrem o meio mais eficiente para os problemas. Algumas pesquisas (SANTOS, 2014; SOUZA; SANTOS, 2020) sugerem que o uso de contextos da semi-realidade podem favorecer a resolução de problemas, pois os estudantes tendem a construir vínculos com o cotidiano, facilitando sua resolução.

Mas, apesar de viabilizarem as correlações entre os objetivos matemáticos a serem estudados e a realidade cotidiana do estudante, o uso de contextos também pode ocasionar distorções que desencadeiam obstáculos para a aprendizagem. Essas correlações têm sido uma das muitas preocupações da Educação Matemática, pois quando são mal engendradas se tornam frágeis alicerces para aprendizagem em função dos efeitos didáticos indesejáveis que ocasionam (SANTOS 2014; SOUZA; SANTOS, 2020).

Tendo em vista a necessidade de ensinar matemática da maneira tradicional tendo como foco a melhor aprendizagem do estudante, já que eles possuem dificuldade a emergir na nova forma de ensino como a Resolução de Problemas. Desse modo, nós professores de matemática



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

precisaremos ressignificar as nossas estratégias de ensino visando o fomento às aprendizagens esperadas. Para tanto, as iniciativas pessoais desses profissionais da educação e os processos destinados à formação docente precisam contemplar a análise dos processos de resolução de problemas. A partir da análise dos erros apresentados pelos estudantes, podemos identificar não apenas as dificuldades que eles estão enfrentando, mas, também, as evidências da não aprendizagem.

Nesse sentido, o artigo visa promover uma reflexão a respeito da solução de problemas envolvendo estruturas multiplicativas e de divisibilidade, por estudantes do 6º ano do ensino fundamental. As situações propostas aos alunos estavam em consonância com o planejamento elaborado pela professora de matemática das turmas pesquisadas.

Assim sendo, é fundamental para os professores que ensinam matemática a compreensão das dificuldades apresentadas pelos estudantes e buscar elaborar práticas didáticas mais eficazes, bem como, para a mediação da aprendizagem. Por outro lado, é de suma relevância que estes profissionais conheçam as situações que propõem em sala de aula do ponto de vista estrutural e conceitual, para que as intervenções didáticas sejam mais efetivas em prol das aprendizagens pretendidas.

Entre as décadas de 1980 e 1990 o advento da Didática da Matemática na França é marcada pelo surgimento de algumas teorias cognitivistas que procuraram esclarecer as condições de ensino e das aprendizagens matemáticas. Nesse contexto, as teorizações também implicaram esforços para explicitar as dificuldades enfrentadas pelas crianças imersas nesses processos, dentre as quais a Teoria dos Campos Conceituais (Gérard Vergnaud), sobre a qual nos apoiamos para analisar os resultados da pesquisa apresentada neste artigo.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) formulada pelo francês Gérard Vergnaud (1991), tem suas raízes fincadas no cognitivismo e fornece bases teóricas para a realização de pesquisas acerca do desenvolvimento cognitivo e da aprendizagem. Essa teorização vem sendo utilizada como arcabouço das investigações que objetivam elucidar questões relacionadas às dificuldades e obstáculos enfrentados pelos estudantes na realização das atividades e tarefas escolares.

Segundo Vergnaud (1996, p. 155), “a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) não é específica da matemática, mas começou a ser elaborada a fim de explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas e multiplicativas, das relações número-espaço e da álgebra.”

Na TCC, Gérard Vergnaud propõe que “um conceito não pode ser reduzido apenas à sua definição, pelo menos quando nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino” (*Ibid.*, p.156), pois de acordo com as pesquisas que realizou, é por meio de das situações e dos problemas que serão propostos para a resolução que um conceito adquire sentido para a criança. Assim, um



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

conceito pode ser definido em função de três conjuntos formados por situações distintas, pelas representações e pelos invariantes operatórios a ela associados, portanto:

[...] A expressão $C = S, R, I$ representa esta tríade, onde, S é “um conjunto de situações que dão sentido ao conceito”; I é “um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito” que são utilizados pelos sujeitos para analisar as situações a fim de dar-lhes solução; e R “é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos, diagramas, sentenças formais, etc.)” também utilizadas pelos sujeitos e que o possibilitam representar tanto a situação como as invariantes operacionais (VERGNAUD, 1996, p. 166).

Isto posto, podemos afirmar que um campo conceitual (seja ele aditivo ou multiplicativo), abrange um conjunto de situações. Desse modo, o campo conceitual aditivo compreende as situações que demandam a realização de uma adição, uma subtração ou uma combinação dessas operações. Enquanto o campo conceitual multiplicativo compreende todas as situações que exigem a realização de uma multiplicação, uma divisão ou a combinação dessas operações.

Vergnaud (*Ibid.*, p. 156) define duas classes de situações: na primeira classe de situações o estudante dispõe do repertório de competências que lhe permite agir, atuar, tratar e resolvê-las. Enquanto a segunda classe de situações se refere às circunstâncias para as quais o estudante não dispõe das competências necessárias; ou seja, essas situações demandam momentos de reflexão, exploração, experimentação e/ou investimento que poderão resultar em êxito ou fracasso no tratamento da atividade/tarefa. Ao considerar as duas classes de situações a TCC resgata o conceito de esquema (originalmente apresentado por Jean Piaget). De acordo com Vergnaud:

[...] “para uma mesma classe de situações condutas em grande medida automatizadas, organizadas através de um esquema único; no segundo caso, observamos o desencadeamento sucessivo de diversos esquemas podem entrar em competição e que, para desembocarem na solução procurada, devem ser acomodados, descombinados e recombinados; esse processo é necessariamente acompanhado por descobertas.” (*Ibid.*, p. 156)

Na resolução das diferentes situações, o estudante pode apresentar seus próprios esquemas. O esquema é definido na TCC como sendo “a organização invariante das condutas do estudante em uma dada classe de situações” (*Ibid.*, p. 157). São os esquemas que organizam e “dão sentido, simultaneamente, às ações, às situações e às representações simbólicas que as acompanham; com efeito, ele é essencialmente assimilador, antecipador e dinâmico; pode mudar de significação e transforma-se no decurso das ações” (BRUN, p. 23, 1996).

Nesse sentido, é importante frisar que os conhecimentos contidos nos esquemas foram designados por Vergnaud como invariantes operatórios (I). Os invariantes representam aquilo que é preservado no conceito (objetivos, propriedades, relações) no qual repousa sua operacionalidade. Esses invariantes são reconhecidos e podem ser utilizados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações. É por meio da identificação dos invariantes operatórios que os esquemas são generalizados, pois são formados pelo conceito-em-ação (mobilização de conceitos matemáticos



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

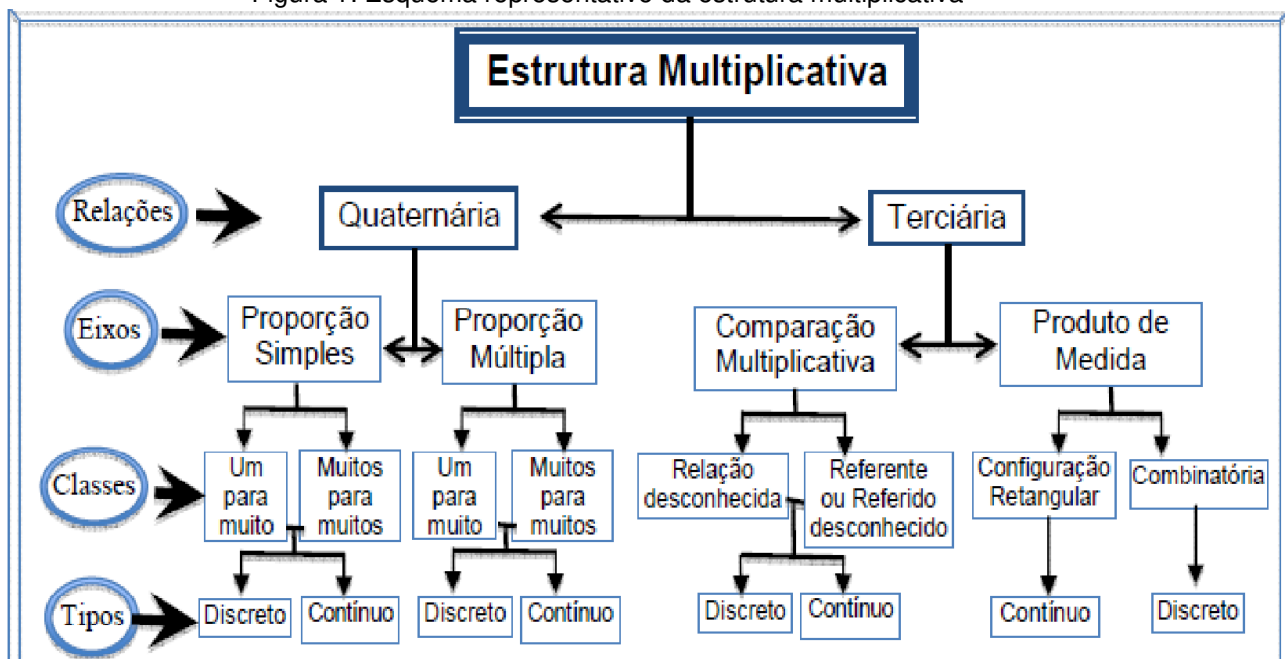
implícitos numa determinada situação) e/ou por teoremas-em-ação (é uma proposição tida como verdadeira sobre o real que poderá ser classificada como verdadeira ou falsa).

Outro conceito importante que a TCC postula é o de representação. As representações nos permitem relacionar o significado acerca do objeto de saber com as suas respectivas propriedades (o significante). São exemplos de representações simbólicas: a língua materna, gráficos, diagramas ou sentenças numéricas ou algébricas, por exemplo. As representações são utilizadas para indicar os invariantes operatórios e, por conseguinte, expressar as situações e os procedimentos adotados pelo estudante ao lidar com elas.

Todos esses construtos teóricos são fundamentais para que possamos analisar a ação do estudante no processo de resolução de situações dos campos conceituais aditivo e multiplicativo. Porém, neste artigo discorremos sobre os resultados das análises relativas à solução de problemas envolvendo apenas as estruturas multiplicativas.

De acordo com Magina (2014), por exemplo, propõe a categorização das situações que envolvem estruturas multiplicativas em ternárias e quaternárias, que são fragmentadas em eixos, classes e tipos de situações de natureza matemática, as quais foram sistematizadas no esquema apresentado na Figura 1.

Figura 1: Esquema representativo da estrutura multiplicativa



Fonte: Santos e Merlini (submetido) baseado em Magina e Col. (2011)

Para exemplificar a categorização proposta de Magina (2014), apresentamos o problema a seguir (Exemplo 1)



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

Exemplo 1

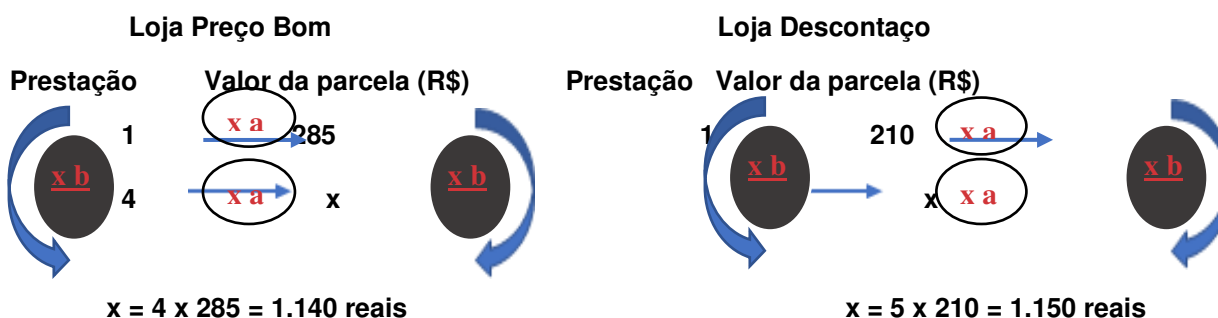
Na loja "Preço Bom" um computador está sendo vendido por 4 prestações de R\$ 285,00 cada uma. O mesmo computador está sendo vendido na loja "Desconto" por 5 prestações de R\$ 210,00 cada uma. Qual das duas lojas o preço do computador é mais barato?

Fonte: <https://brainly.com.br/tarefa/27960866>

A situação acima é classificada como *quaternária*, pois temos uma dupla relação, vinculada aos preços do mesmo produto em duas lojas distintas (Preço Bom e Desconto). A compreensão das relações quaternárias possibilita aos estudantes atuarem sobre essa situação multiplicando a quantidade de parcelas pelo valor de cada uma delas, cujo produto mencionado corresponde ao preço do computador nas duas lojas, para que comparem e decidam qual das opções de pagamento é a mais vantajosa.

Na situação apresentada, verifica-se que estão envolvidas as variáveis: quantidade de parcelas, valor de cada prestação, preço do computador (valor desconhecido).

Figura 2: Diagrama esquemático da estrutura de resolução do problema



Fonte: Autoria própria, (2022)

Pode-se perceber que para promover o tratamento da situação e atender ao comando da tarefa, o estudante é solicitado a interpretar qual operação deverá realizar, apresentar o esquema de raciocínio (adição de parcelas iguais, regra de três, o algoritmo da multiplicação etc.), assim como precisará comparar os preços do objeto. Portanto, essa situação quaternária pode ser modelada como uma função linear, $F(x) = a \cdot b$, sendo a o operador funcional e b o operador escalar.

As experiências em sala de aula indicam que na resolução desse tipo de problema, as crianças tendem a somar o valor da parcela em função da quantidade de prestações, operando no campo aditivo ao invés do multiplicativo. Todavia, o diagrama (Fig. 2) indica que as crianças poderiam resolver a situação de duas formas distintas:



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

- a. estabelecendo relações entre as diferentes quantidades de parcelas (1 e 4; 1 e 5) indicadas pelas setas verticais de modo a identificar o operador escalar adimensional que indica o aumento das parcelas (de 1 para 4 parcelas e de 1 para cinco parcelas), ou seja, a constante de proporcionalidade no primeiro momento é 4 e no segundo momento é 5.

Desse modo, o estudante chegará à conclusão de que o preço do produto na primeira loja é 4 vezes o valor da parcela e, por conseguinte, que o preço do mesmo produto na segunda loja é cinco vezes o valor da parcela indicada no enunciado.

- b. estabelecendo relações entre as variáveis envolvidas na situação (quantidade de parcelas e valor da parcela), identificando assim o operador funcional (setas horizontais) que corresponde especificamente ao valor de cada parcela em ambas as lojas.

As diferentes situações utilizadas anteriormente são comumente apresentadas nos livros didáticos de matemática e, por conseguinte, propostas pelos professores em sala de aula. Entretanto, algumas pesquisas (ARAÚJO, 2015; CASTRO, NASCIMENTO; BARRETO, 2016; CASTRO; FILHO; BARRETO, 2017; MAGINA; SPINILLO; LAUTER, 2020) revelam que muitos estudantes não conseguem resolver esse tipo de situação.

Nesse cenário, tão importante quanto constatar os baixos desempenhos decorrentes do insucesso do estudante na atividade matemática é a busca por informações que possam favorecer a compreensão acerca da construção de conceitos, elaboração de estratégias de resolução de problemas. E, neste contexto, a presente pesquisa tem a finalidade de contribuir para o debate.

No último triênio, os estudantes participantes da pesquisa foram avaliados pelo Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE). Neste caso, a proficiência média dos estudantes concluintes do 5º ano do Ensino Fundamental nessa escola pública, corresponde a: 220 pontos da escala de proficiência (cujo parâmetro máximo é de 500 pontos).

Ao compararmos a proficiência dos estudantes pesquisados com os dados relativos ao Estado (210) e ao município de Lagoa do Ouro/PE (205) podemos afirmar que são melhores que a média das escolas estaduais e municipais do Agreste Setentrional pernambucano. Todavia, isso não significa que os estudantes chegaram ao 6º ano do Ensino Fundamental apesar de estarem classificados no nível 4 da escala de proficiência, eles se encontram no nível básico.

Neste caso, os estudantes são capazes de realizar e aplicar as operações aditivas e multiplicativas, associadas ao bloco de descritores denominado na matriz de referência como números e operações/álgebra e funções. Portanto, apesar deste tipo de habilidade ser estimulada frequentemente pelos professores que ensinam matemática desde os primeiros anos da escolaridade, ainda é produtora a realização de pesquisas que auxiliem na identificação de dificuldades de compreensão e nos obstáculos à aprendizagem.

A análise dos organizadores curriculares que mencionamos anteriormente sugere que o trabalho didático a ser realizado com as estruturas aditivas e multiplicativas é introduzido desde muito



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

cedo. Mas por outro lado, não há garantias de que as imbricações desta unidade temática com as demais unidades temáticas do currículo estão sendo devidamente instituídas. Entretanto, ao menos em Pernambuco, a consolidação da referida habilidade não alcança os patamares esperados para o final da primeira etapa do Ensino Fundamental.

Os resultados dos estudantes pesquisados ao resolverem problemas envolvendo estruturas multiplicativas indica a necessidade de reinvestimento didático do professor de matemática para a superação dos obstáculos à aprendizagem. Assim, as pesquisas sobre a capacidade de resolver problemas envolvendo as estruturas aditivas e multiplicativas dos estudantes desta unidade de ensino demandam a realização de pesquisas que possam subsidiar a escolha e a implementação de situações didáticas em sala de aula. Bem como, no que se refere ao processo de devolução dos problemas às crianças, a partir da reflexão acerca dos erros identificados na resolução de problemas envolvendo as estruturas multiplicativas.

AS PESQUISAS ACERCA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS

Os argumentos introdutórios nos conduzem à reflexão acerca do desempenho dos estudantes que são promovidos para a segunda etapa do Ensino Fundamental, pois os resultados obtidos nas avaliações aplicadas anualmente pela Secretaria de Educação de Pernambuco nas escolas públicas municipais e estaduais, não são satisfatórios, assim como ocorre em outras avaliações externas, dentre as quais: a Prova Brasil.

Esta constatação acentua a necessidade de discutirmos sobre os processos de ensino e aprendizagem de objetos de conhecimentos fundamentais para a ampliação do conhecimento matemático dos estudantes da Educação Básica, incluídas aí as situações que envolvem as estruturas aditivas e multiplicativas. Isto posto, nessa pesquisa nos debruçamos sobre as pesquisas difundidas no país acerca das situações que envolvem as estruturas aditivas e multiplicativas. Nesta seara, foi possível reconhecer diferentes categorizações para as situações que envolvem este tipo de estrutura proposta por Gérard Vergnaud.

A pesquisa realizada por Botelho (*et al.*, 2006), citada por Spinillo (2016), em síntese, categoriza os erros na solução de problemas matemáticos como sendo de natureza conceitual ou procedimental. Segundo o referido autor, o erro conceitual expressa um limite de compreensão acerca dos aspectos cruciais relativos às demandas do problema, podendo ser entendido como indício de limite expressivo de elaboração do conceito matemático ali envolvido; por exemplo, seria o erro decorrente do uso de esquemas ou relações aditivas na solução de problemas de combinatório, quando relações ou esquemas multiplicativos seriam necessários.

De certo modo, esses erros não estão diretamente relacionados a uma falta de compreensão dos aspectos cruciais relativos ao conceito matemático envolvido no problema, mas estão intimamente relacionados à aplicação das regras algorítmicas (SPINILLO, 2016, p. 1192). Por outro lado, Castro, (2016, p. 832) reconhece que de acordo com “os princípios da teoria dos campos



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

conceituais, como o ensino das estruturas multiplicativas requerendo os alunos, com o conhecimento dos números e de sua simbolização de maneira mais complexa do que no caso das estruturas aditivas, pois as operações de multiplicação e divisão e não com a adição e a subtração”.

Magina, Merlini e Santos (2016), por exemplo, propõem que os problemas multiplicativos se dividem em relações quaternárias e ternárias, em que a primeira se constituem por três eixos: proporção simples, dupla e múltipla, subdivididas em classes (um para muitos e muitos para muitos) enquanto as relações ternárias, se organizam em dois eixos: o da comparação multiplicativa e o do produto de medidas. O eixo comparação multiplicativa se constitui pelas classes: referido desconhecido e relação desconhecida, enquanto o eixo produto de medidas tem como classes configuração retangular e combinatória.

Por outro lado, Gitirana *et al.*, (2014) “apresentam uma classificação dos problemas do Campo Multiplicativo de acordo com o seu nível de dificuldade de resolução, podendo ser protótipos ou de extensão”. O primeiro se refere a raciocínios mais simples e as crianças não têm dificuldades ao resolvê-los. Já o seguinte exige dos alunos formas mais elaboradas de pensamento, aumentando a dificuldade gradativamente em uma escala extensiva, que compreende da 1ª à 4ª extensão.

Tais categorizações nos auxiliaram na definição das ferramentas de análise; assim como, nos direcionaram para a metodologia adotada em sala de aula pelos professores nas abordagens ancoradas na resolução de problemas envolvendo as estruturas aditivas e multiplicativas, uma vez que:

[...] O ponto central de nosso interesse em trabalhar o ensino aprendizagem de matemática através da resolução de problemas baseia-se na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino é a de ajudar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito a cada unidade temática (ONUCHIC, 1999, p. 208)

A autora complementa suas afirmações ao dizer que “[...] a compreensão de matemática, por parte dos alunos, envolve a ideia de entender e essencialmente relacionar”. Esta posição se baseia na observação de que “a compreensão aumenta quando o aluno é capaz de relacionar uma determinada ideia matemática a um grande número ou a uma variedade de contextos.”

Assim sendo, o estudante conseguirá relacionar um determinado problema a várias ideias matemáticas implícitas nessa situação e, portanto, conseguirá estabelecer relações entre as diferentes ideias matemáticas contidas em um problema, tal como propõe Araújo, (2015, p. 32):

[...] Para grande parte dos alunos a resolução de problemas consiste basicamente em resolver cálculos a partir dos algoritmos presentes nos enunciados ou na aplicação do que foi aprendido em sala de aula em que a situação problema deixar de atribuir significados para os alunos e não permite a assimilação dos conceitos matemáticos, através da relação de uma ideia matemática a uma variedade de contextos e significados.

A resolução de problemas enquanto metodologia de ensino para mediação da atividade matemática dos estudantes é extremamente relevante para a construção de conceitos e significados com relação aos objetos de saber; assim como, favorece o desenvolvimento de habilidades



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

matemáticas que possibilitam a construção de competências específicas relacionadas à comunicação, argumentação, demonstração e validação de estratégias pessoais de cálculo que são essenciais nas práticas escolares e cotidianas.

Em se tratando das situações que envolvem as estruturas aditivas e multiplicativas, a análise do erro é fundamental, pois se configura como uma via de mão dupla, uma vez que funciona como uma estratégia didática para que o professor de matemática possa (re)planejar e promover intervenções didáticas que minimizem as dificuldades enfrentadas pelos estudantes; assim como, oportuniza ao estudante a reflexão acerca das estratégias e procedimentos adotados ao solucionar as situações propostas em sala de aula. Para Pinto (2011, p. 37):

[...] “Diagnosticar os erros não é suficiente para a melhoria do ensino. Os erros contêm um potencial educativo que precisa ser mais bem explorado, não apenas pelos professores, como também pelos próprios alunos. O ato de explicar e dar sentido a seus próprios erros é uma atividade altamente estimuladora e provocativa para os alunos.”

A resolução de problemas enquanto metodologia de ensino da matemática nos apresenta outras perspectivas didáticas, mas, também alguns desafios, pois impõe a incorporação de novas estratégias de ensino e o estímulo ao protagonismo do estudante, como defende Onuchic (1999).

Desse modo, defendemos que se faz necessário analisar o processo de resolução de problemas e não somente o resultado final apresentado pelo estudante ao final da atividade ou da avaliação. No desenvolvimento das habilidades requeridas na resolução de problemas o erro pode aparecer e se tornar um terreno fértil para que professores e estudantes possam refletir sobre suas ações em sala de aula.

No que tange a resolução de problemas envolvendo estruturas aditivas e multiplicativas no contexto da sala de aula, Magina e Campos (2004) observaram que para resolver as quatro operações fundamentais demandadas nessas situações é preciso que o estudante identifique e se aproprie dos invariantes existentes no conceito de número.

Portanto, ao levarmos em consideração as ideias de Vergnaud (1991), as estruturas aditivas envolvem as operações irmãs de adição e subtração, enquanto as estruturas multiplicativas vão além da multiplicação e da divisão, pois envolvem os conceitos de: razão, proporção, as funções lineares e não-lineares, o espaço vetorial, a análise dimensional, alguns significados dos números racionais (parte-todo, razão, porcentagem, quociente e medida) e as suas representações (em linguagem natural, figural, fracionária, decimal e percentual).

Outro construto teórico proposto por Vergnaud (1991) na TCC se refere aos Invariantes operatórios, que são componentes cognitivos essenciais dos esquemas. Os invariantes podem ser implícitos ou explícitos. Os invariantes operatórios implícitos estão vinculados aos esquemas em ação do estudante que emergem sem que ele tenha plena consciência dos esquemas que apresentou durante a resolução de problemas. Neste caso, embora não se tenha consciência dos invariantes que estão utilizando, esses podem ser reconhecidas em termos de objetos, propriedades do problema e procedimentos realizados por ele.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

Os invariantes operatórios explícitos estão ligados a uma concepção que o indivíduo possui acerca de um conceito e poderão ser expressos por meio de palavras ou de outras representações simbólicas (VERGNAUD, 1988 *apud* MAGINA *et al.*, 2001).

Os autores supracitados ressaltam a importância do trabalho com os significados da multiplicação e divisão, envolvendo a exploração de ideias em situações diversas, a fim de promover o desenvolvimento das competências relacionadas à resolução de problema, na perspectiva da TCC (elaborada por Gérard Vergnaud).

De acordo com essa perspectiva teórica, o professor precisa conhecer as situações que envolvem as estruturas aditivas ou multiplicativas, tanto do ponto de vista conceitual como estrutural, para que possa elaborar, discutir e propor aos estudantes atividades dessa natureza. Esse conhecimento favorecerá o conhecimento didático acerca do que os estudantes já sabem, acerca do que eles não sabem e de como ajudá-los a progredir e/ou superar os empecilhos à aprendizagem acerca dos conceitos associados às estruturas multiplicativas.

Nesse sentido, Castro, Filho e Barreto (2017, p. 15) asseveram que “é necessário perceber, através das representações utilizadas pelos estudantes, como eles estão compreendendo os conceitos envolvidos nas situações.” Pois, essas situações podem auxiliar o professor “a compreender melhor as dificuldades dos seus alunos e a planejar atividades mais adequadas às suas necessidades”.

Objetivando promover esse tipo de reflexão, em meados de 2014, os referidos autores realizaram uma pesquisa acerca do desempenho e dos esquemas de estudantes de 6º a 9º ano do E.F. ao resolverem situações multiplicativas. A pesquisa com 1470 estudantes, de 12 escolas (Rede E-Mult) do Estado da Bahia, que foram convidados a resolver 13 problemas envolvendo estruturas multiplicativas. Castro, Filho e Barreto (*Ibid.*, p. 45) perceberam que o desempenho médio dos estudantes ao resolverem problemas envolvendo situações quaternárias (47,37%) foi superior ao percentual de acerto médio em situações que envolvem as relações ternárias (28,59%). Segundo os autores, tal resultado se justifica diante da constatação de que as situações quaternárias serem mais frequentes no cotidiano dos estudantes do que as situações ternárias. Diante dos pressupostos, nos ocupamos em investigar e analisar as estratégias de resolução de problemas, bem como os esquemas utilizados pelos alunos; bem como, as dificuldades apresentadas no processo de resolução de problemas triviais envolvendo estruturas multiplicativas.

PERCURSO METODOLÓGICO

A pesquisa que desenvolvemos é de natureza qualitativa, e a triangulação dos dados esteve pautada nas observações registradas durante o processo de aplicação da lista de atividades (uma espécie de diário de bordo), nas premissas da análise documental (BARDIN, 2011) e nos registros escritos nos protocolos apresentados pelos estudantes e na comparação com os resultados das pesquisas precedentes.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

Na primeira etapa da pesquisa selecionamos no livro didático (BRASIL, 1997, p. 72-73) os problemas envolvendo as estruturas multiplicativas e, previamente, realizamos uma análise de cada questão procurando elencar as respostas esperadas; bem como, os erros plausíveis que poderiam surgir no processo de resolução. Nesse sentido, cabe ressaltar que o referido livro didático de matemática vem sendo utilizado em várias redes municipais de ensino do Agreste Meridional pernambucano.

Na segunda etapa, propusemos a realização das atividades selecionadas em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública municipal situada na microrregião mencionada anteriormente. Com a anuência da professora regente, as atividades foram aplicadas e respondidas individualmente por 46 estudantes.

O instrumento utilizado para a construção dos dados da pesquisa pode ser definido como uma lista de atividades interdependentes. Nesse sentido, na composição do instrumento que possibilitou a construção dos dados procuramos incluir atividades bastante triviais relacionadas ao campo multiplicativo, com o propósito de identificar tanto as estratégias emergentes no processo de resolução como os equívocos conceituais e/ou procedimentais, apresentados pelos estudantes. Na terceira e última etapa da investigação, os dados obtidos foram analisados e discutidos à luz da Teoria dos Campos Conceituais e dos textos de referência. A síntese das análises apresentamos a seguir.

O desenho metodológico foi delineado para que pudéssemos discorrer sobre as categorias (situações envolvendo as estruturas multiplicativas) e unidades de análise (tipos de equívocos na solução das situações, invariantes operatórios, esquemas e representações).

DISCUSSÕES E RESULTADO

Ao realizar a análise dos protocolos identificamos que cerca 26 dos 46 estudantes (56,75%) do 6º ano do Ensino Fundamental apresentaram dificuldades quanto à interpretação dos enunciados e à capacidade de fazer inferências acerca dos problemas propostos. Esse aspecto se reflete na elaboração de estratégias que conduzem à resolução correta dos problemas, apesar da familiaridade das crianças com as operações aditivas e multiplicativas.

Além disso, percebe-se que os participantes da pesquisa não realizaram a verificação da efetividade de suas estratégias adotadas nem (re)avaliaram a coerência das soluções obtidas. Isto posto, destacamos que as práticas concernentes à verificação e validação das hipóteses e estratégias de resolução poderiam ser mais estimuladas nos momentos de atividade matemática pelos professores(as) de matemática, uma vez que o desenvolvimento desse tipo de habilidade torna o(a) estudante mais autônomo(a) na busca por soluções mais econômicas e eficientes para os problemas propostos em sala de aula.

Na Tabela 1 apresentamos os problemas propostos aos estudantes pesquisados, os quais foram categorizados em função das situações subjacentes. Por outro lado, apresentamos o propósito



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

de cada problema acompanhado das respostas esperadas (antecipadas na análise à priori), de modo a explicitar a forma como o instrumento de pesquisa foi elaborado.

Tabela 1: Estruturação do instrumento de pesquisa

Problema	Tipo de Situação	Operação demandada	Objetivo	Resposta Esperada	%
1. Para fazer atividade física, Lúcio tem três bermudas e 7 camisetas. De quantas maneiras diferentes ela pode usar uma bermuda e uma camiseta por vez?	Combinatória	Multiplicação	Identificar em uma multiplicação o os fatores e o produto.	O estudante iria multiplicar, 3 por 7, obtendo o resultado 21.	8,72%
2. Para arrecadar dinheiro para a formatura, os alunos começaram a vender rifas, em que cada bilhete custa R\$ 12,00. Ao final do mês os alunos arrecadaram R\$ 996,00. Quantos números foram vendidos?	Proporcionalidade e	Divisão	Desenvolver o conceito de proporcionalidade e razão através de situações-problemas.	O estudante iria dividir 996 por 12, obteve o resultado 83, multiplicado por 12, chegando no resultado 996.	6,54%
3. Em um ônibus escolar cabem 48 estudantes sentados. Cada fileira do ônibus tem 4 poltronas. Quantas fileiras há nesse ônibus?	Configuração retangular	Multiplicação e Divisão	Resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes significados da multiplicação e divisão.	O estudante iria dividir 48 por 4, obtendo o resultado 12.	5%
4. Tereza comprou uma geladeira por R\$ 4.200,00. Ela pagou em 8 parcelas iguais, sem juros. Qual o valor de cada parcela?	Partição equitativa	Divisão	Resolver situações-problemas por meio do raciocínio.	O estudante iria dividir 4.200 por 8, obtendo 525 o resultado.	13,08%

Fonte: Autoria própria, (2022)

Na Tabela 2 procuramos discriminar as características constitutivas dos problemas propostas que compõem o instrumento aplicado com os estudantes. Diante do exposto discutiremos os achados concernentes a cada problema apresentado nas tabelas 1 e 2, principalmente no espectro dos erros emergentes no processo de resolução.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

Tabela 2: Características constitutivas dos problemas

Questão	Invariantes operatórios frequentes	Esquemas recorrentes	Representação
Problema 1	Implícitos	<ul style="list-style-type: none"> • Adição de parcelas iguais • Registro pictórico (bolinhas, palitinhos etc.) para contagem um a um • Algoritmo 	<ul style="list-style-type: none"> • Língua materna • Numérica ($X = 7 \times 3 = 21$) • Figural • Algébrica ($7+7+7=21$)
Problema 2	Explícitos	<ul style="list-style-type: none"> • Divisão de parcelas iguais. • Registro pictórico (bolinhas, palitinhos, etc.) para contagem um a um. • Algoritmo 	<ul style="list-style-type: none"> • Numérico ($996 \div 12 = 83$) • Algébrica ($83 \times 12 = 996$) • Língua Materna.
Problema 3	Implícitos	<ul style="list-style-type: none"> • Adição de parcelas iguais • Registro pictórico (bolinhas, palitinhos etc.) para contagem um a um • Algoritmo 	<ul style="list-style-type: none"> • Língua materna • Numérica ($X = 48 \times 12$) • Figural • Algébrica ($12+12+12+12=48$)
Problema 4	Explícitos	<ul style="list-style-type: none"> • Divisão de parcelas iguais. • Registro pictórico (bolinhas, palitinhos, etc.) para contagem um a um. • Algoritmo 	<ul style="list-style-type: none"> • Numérico ($X = 4.200/8 = 525$) • Algébrica ($525 \times 8 = 4.200$) • Língua Materna.

Fonte: Autoria própria, (2022)

Entretanto, na tabela 1 propõe a respostas esperadas pelos estudantes e % de acerto das questões. Se analisamos na tabela 2 que interliga a tabela 1, podemos citar o erro mais comum e frequentemente utilizado por cada, ao invés de responderem pelo método multiplicativo, os estudantes preferem resolver utilizando a somatória dos algoritmos, nota-se que para eles é mais



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

fácil reúne ou juntar duas ou mais quantidades e esquecem que na multiplicação de uma forma geral é aumentar um valor, podendo dobrar, triplicar e assim sucessivamente.

De acordo com Magina, Merlini e Santos (2014, p. 522) a “correspondência de um para muitos acontece quando a relação entre as quantidades está explícita” no exemplo - Para fazer atividade física, Lúcio tem três bermudas e 7 camisetas. De quantas maneiras diferentes ela pode usar uma bermuda e uma camiseta por vez? - está explícita a correspondência um para sete.

Para Magina, Merlini e Santos (2014, p. 522), na correspondência muitos para muitos a relação entre as quantidades esta implícita, tendo duas situações a se considerar: uma na qual é possível chegar a uma relação de um para muitos. Exemplo: Para fazer atividade física, Lúcio tem quatro bermudas e 7 camisetas. De quantas maneiras diferentes ela pode usar uma bermuda e uma camiseta por vez? A outra é aquela que não faz sentido obter a relação um para muitos. Exemplo: O Supermercado Bom Preço lançou uma promoção, na compra de quatro detergentes o cliente ganha uma esponja. Se João comprar 12 detergentes, quantas esponjas ele ganhará? Os exemplos apresentados acima envolvem quantidades discretas.

Problema 1

Para fazer atividade física, Lúcio tem três bermudas e 7 camisetas. De quantas maneiras diferentes ela pode usar uma bermuda e uma camiseta por vez?

situação (resgate das características apresentadas nas tabelas 1 e 2) esperávamos que o aluno multiplica-se 7 por 3 para que obtivessem o resultado esperado (21 combinações entre as peças). Entretanto, percebemos que 10 dos 46 estudantes não compreenderam o enunciado e operam de forma equivocada mesmo realizando adições sucessivas (cujo resultado apresentado foi 10 combinações).

Nesse tipo de situação identificamos erros conceituais (não identificaram a operação a ser realizada, aplicaram a adição de parcelas iguais) e procedimentais (resolveram o algoritmo de forma equivocada, não completaram a árvore de possibilidades, falha leitura e na interpretação do enunciado).

No raciocínio aditivo as situações devem ser analisadas a partir de um único invariante operatório, qual seja a relação parte e todo - as partes são conhecidas e se procura o todo ou, ainda, o todo é uma das partes é conhecida e se procura a outra parte. Já nas situações envolvendo o raciocínio multiplicativo o que está em jogo é uma relação fixa (invariante operatório) entre duas quantidades, ou seja, toda situação multiplicativa envolve duas quantidades (de naturezas iguais ou distintas) e uma relação constante entre elas, mesmo pensando apenas no conjunto números naturais, há uma gama considerável de situações que precisam ser dominadas pelos estudantes para que possam expandir seus conhecimentos sobre esse campo conceitual, seja aditivo ou multiplicativo.

Essas situações têm graus diferentes de complexidade diferentes e exigem dos estudantes maiores esforços cognitivos para a completa compreensão e, por conseguinte, para o êxito no processo de



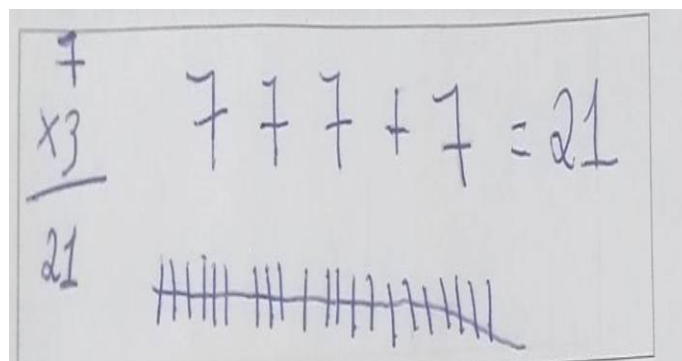
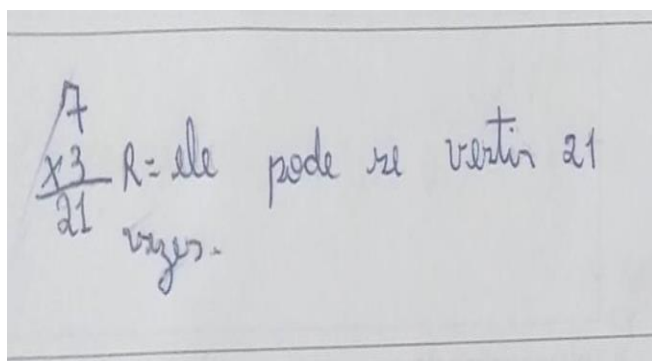
RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

resolução dos problemas propostos. É na interação com o conjunto de situações que requerem distintos raciocínios que o repertório de saberes dos estudantes, acerca dos campos conceituais aditivos e multiplicativos, é ampliado.

Em relação ao Problema 1 o escore foi de 8,72% de acertos e 91,28% de erros. Após a análise detalhada das respostas apresentadas, percebemos que apesar da situação apresentada estar inserida dentro do campo multiplicativo, as crianças apresentam estratégias ligadas ao campo aditivo, como é possível observar no extrato do protocolo n.º1. Além disso, os erros mais recorrentes estão relacionados a equívocos referentes à sistematização do algoritmo, seja concernente a operação de adição de parcelas igual, ou relativa à divisão e à multiplicação, como registrado no extrato do protocolo n.º 2.

Figura 3– Representação da resolução dos estudantes



Fonte: (Autoria própria, 2022) Protocolo n.º 1

Fonte: (Autoria própria, 2022) Protocolo n.º2

Problema 2

Para arrecadar dinheiro para a formatura, os alunos começaram a vender rifas, em que cada bilhete custa R\$ 12,00. Ao final do mês os alunos arrecadaram R\$ 996,00. Quantos números foram vendidos?

No problema 2, esperávamos que os estudantes fizessem a divisão do total arrecadado R\$ 996,00 pelo valor de cada bilhete R\$ 12,00 de modo que obtivessem como resultado o quociente dessa divisão (83 bilhetes foram vendidos). Neste caso, pressupunham que o esquema mais recorrente seria o algoritmo convencional da divisão, seguida da adoção de esquemas relacionados ao cálculo mental, entretanto apenas 8,72% de 93,46% apresentaram essa estratégia de resolução.

Assim sendo, eles poderiam multiplicar 83 por 12 para determinar o valor da compra (996 reais). Entretanto, 93,46% dos estudantes não resolveram o problema satisfatoriamente, na análise foram notados erros básicos como a ordem dos números na divisão, em outros casos houve a adição de forma incorreta, exemplo resolvidos pelos estudantes que interpretaram a questão da seguinte forma, que no caso iriam resolver utilizando a soma $996 + 12 = 111,60$, se analisamos o estudante errou o resultado, em outro caso utilizaram a subtração.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

Ainda com relação ao problema 2, destacamos que apesar dos invariantes serem explícitos, o fato de demanda dos estudantes a comparação entre duas grandezas discreta. Neste caso, aqueles que concluíram que a operação a ser realizada é a divisão operando da forma correta para chegar ao resultado esperado; nesse caso 6,54% dos estudantes, resolveram de acordo com que foi pedido.

Por exemplo, Orozco-Hormaza (2005), analisando os erros de alunos colombianos do ensino fundamental, documenta tipos de erros na escrita dos numerais: erros léxicos e erros sintáticos. Os erros léxicos referem-se a equívocos que cometem ao produzir os dígitos que compõem um número (troca do lugar dos dígitos, por exemplo); e os erros sintáticos se referem a equívocos na maneira de fragmentar os números em função de sua expressão verbal falada e não em função das partículas de quantidade e em partículas que marcam o valor posicional (escrever 2001 como 201- duzentos e um).

Figura 4 – Representação da resolução dos estudantes:

Fonte: (Chaves e Souza, 2020) Protocolo nº3

Fonte: (Chaves e Souza, 2020) Protocolo nº4

Problema3

Em um ônibus escolar cabem 48 estudantes sentados. Cada fileira do ônibus tem 4 poltronas. Quantas fileiras há nesse ônibus?

Ao propor a resolução deste problema, esperávamos que os estudantes dividissem 48 por 4 e chegassem ao resultado 12. Todavia, constatamos que cerca 5% dos estudantes procederam a adição da quantidade de poltronas, do seguinte modo: $4+4+4+4+4+4+4+4$. Um dos 25 estudantes 95% da nossa amostra resolveu corretamente o problema por meio de uma regra de três simples, ao perceber a proporcionalidade relacionada aos dados do problema (conforme ilustra na Figura 3).

Dessa forma, convém lembrar que Vergnaud (1993, p. 2) identifica duas classes de situações que facilitam a compreensão dos conceitos: - classe de situações para as quais, o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento e em determinadas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação; - classe de situações para as quais o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

de reflexão e de exploração, a hesitações, a tentativas abortadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao fracasso.

As análises indicam que entre os erros mais frequentes que as crianças cometeram podem estar relacionados não apenas à má interpretação das informações do enunciado (conforme ilustra o extrato do protocolo n.º 1 apresentado na Figura 1).

Figura 5 – Representação da resolução dos estudantes

$$\begin{array}{r}
 48 \quad - \quad 4 \\
 1 \quad - \quad x \\
 4 = 48 x \\
 x = \frac{48}{4}
 \end{array}$$

Fonte: (Autoria própria, 2022) Protocolo nº5

$$\begin{array}{r}
 48 \quad \overline{) 4} \\
 08 \quad \quad 12 \\
 \hline
 101
 \end{array}$$

Fonte: (Autoria própria, 2022) Protocolo nº6

Problema 4

Tereza comprou uma geladeira por R\$ 4.200,00. Ela pagou em 8 parcelas iguais e sem juros. Quanto ela pagou em cada parcela?

O problema 4, esperávamos que os estudantes dividissem 4,200 por 8 e chegassem ao resultado 525. Entretanto, constatamos que cerca de 87,2% resolveram de forma multiplicativa, cerca de 65,4% colocaram valores aleatórios (como é possível verificar no extrato do protocolo n.º 8 apresentado na Fig 4).

Todavia, 13,02% dos estudantes resolver o problema corretamente, revela a situação que envolve a comparação de quantidades em que os invariantes são implícitos trazendo mais dificuldade que as outras que propusemos, exigindo do professor (em outros momentos), intervenções didáticas mais efetivas em prol da diversificação das situações desse tipo, para que os estudantes se familiarizem e aprendam a resolvê-las.

Revisitando resultados da literatura (por exemplo, BOTELHO *et al.*, 2006), assumimos, no presente estudo que, em síntese, os erros na solução de problemas matemáticos podem ser agrupados, ao menos, em duas grandes classes: erro conceitual e erro procedimental. Entendemos que o erro conceitual expressa limite de compreensão acerca dos aspectos cruciais relativos às demandas do problema, podendo ser entendido como indicio de limite expressivo de elaboração do conceito matemático ali envolvido; por exemplo, seria o erro decorrente do uso de esquemas ou relações



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

aditivas na solução de problemas de combinatória, quando relações ou esquemas multiplicativos seriam necessários.

Figura 6– Representação da resolução dos estudantes

$$\begin{array}{r} 4200 \overline{) 8} \\ \underline{-40} \\ 020 \\ \underline{-16} \\ 40 \end{array}$$

Fonte: (Autoria própria, 2022) Protocolo nº 7

$$\begin{array}{r} 4.200 \\ + 8 \\ \hline 130,00 \end{array} \quad \text{R: Ela pagou 130,00 em cada parcela}$$

Fonte: (Autoria própria, 2022) Protocolo nº8

CONCLUSÃO

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) proposta por Gérard Vergnaud, para resolver as situações-problemas propostas em sala de aula, os estudantes precisam mobilizar aspectos relacionados às estruturas aditivas e multiplicativas que compõem o seu repertório de conhecimentos. No que tange aos conceitos associados à multiplicação e à divisão, os estudantes pesquisados expuseram os esquemas, os invariantes operatórios e as representações acerca dos conceitos evocados em cada situação que deveria ser resolvida.

As análises apresentadas neste artigo sugerem a necessidade de mais investimento didático no 6º ano do Ensino Fundamental, pois os erros conceituais e procedimentais persistem nas estratégias adotadas pelas crianças ao resolver situações que envolvem os significados da multiplicação e divisão.

Por este motivo, procuramos investigar as dificuldades e as estratégias de resolução adotadas por estudantes do 6º ano do ensino fundamental ao resolverem problemas triviais envolvendo as estruturas multiplicativas. Portanto, cabe ao professor de matemática diversificar as situações e os contextos em que a realização das operações mencionadas é demanda.

Os resultados das análises sugerem que, apesar da familiaridade das crianças com as operações aditivas e multiplicativas, as dificuldades no processo de resolução dos problemas perduram, sobretudo no que tange à: má interpretação dos enunciados das situações propostas; à falta de conhecimento para discernir acerca da operação a ser realizada; da escassez de conhecimento para sistematizar ou resolver o algoritmo corretamente.

Felizmente, as dificuldades apresentadas pelos estudantes são passíveis de serem superadas, mediante o esforço pessoal e o investimento do(a) professor(a) regente para favorecer a ampliação do repertório de saberes das crianças que chegam à segunda etapa do Ensino



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

Fundamental. Nesse sentido, ressaltamos a importância de garantir as condições de aprendizagem acerca dos conceitos e propriedades da multiplicação e da divisão, introduzindo/propondo tomando como ponto de partida os problemas triviais (como os que escolhemos para desenvolver essa pesquisa), mas, também, encorajando e desafiando a resolução de problemas mais complexos.

Os resultados desse estudo, revelam a importância da análise do erro tanto como estratégia didática como para que o estudante reflita sobre as suas estratégias de ação na atividade matemática, uma vez que os trabalhos dessa natureza ainda são escassos no Brasil. Desse modo, os resultados que apresentamos neste artigo focaliza a relevância da identificação das estratégias de resolução dos problemas propostos para direcionar as intervenções didáticas que contribuirão para apropriação dos significados das operações fundamentais e, por conseguinte, a evolução da relação ao saber dos estudantes, independentemente do nível e da etapa da escolarização em que eles se encontram.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, N. K. S. **Análise das dificuldades na Resolução de Problemas matemáticos por alunos ao 5º Ano do Ensino Fundamental**. 2015. 140 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015. Disponível em: <https://ri.ufs.br/handle/riufs/5174> Último acesso: 21 de dezembro de 2022.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: ensino de primeira à quarta série**. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf> Acesso: 21 dez. 2022.
- CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. L. D. Na vida dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. **Cad. Pesq.**, São Paulo, v. 42, 79-86, ago. 1982.
- CASTRO, E. R.; NASCIMENTO, F. J.; BARRETO, M. C.; BARRETO, A. L.O. Estudos sobre o ensino de estruturas multiplicativas nos anos iniciais do ensino fundamental: revelações do estado da questão. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 18, n. 2, p. 825-842, 2016
- CASTRO, J. B.; FILHO, J. A. C; BARRETO, M. C. Teoria dos Campos Conceituais. *In*: FILHO, J. A. C.; SANTANA, E. R. S.; LAUTERT, S. L. (Org). **Ensinando multiplicação e divisão do 6º ao 9º ano**. – Itabuna: Via Litterarum, 2017. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/redufor/article/view/2088/3382>. Acesso: 21 dez. 2022.
- GITIRANA, V, et al. **Repensando Multiplicação e Divisão: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. São Paulo: PROEM, 2014.
- MAGINA, S. M. P.; SANTOS, A.; MERLINI, V. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciênc. educ.**, Bauru, v. 20 n. 2, 2014. Disponível em: <https://doaj.org/article/e78317845cf54aab8c42dfd6e77886d1> Acesso: 04 mar. 2023.
- MAGINA, S. M. P.; SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. Raciocínio multiplicativo discutido a partir da resolução e formulação de problemas. **REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Ano 15, n. 36, p. 78-94, 2020. Disponível em: file:///C:/Users/lucia/Downloads/artigosintria_301-Textodoartigo-773-1-10-20201222.pdf Acesso: 04 mar. 2023.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS
Eduarda Chaves Barbosa, Luciana Silva dos Santos Souza

MAGINA, S.; MERLINI, V.; SANTOS A. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1516-73132014000200016>. Acesso em: 06 nov. 2015.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências** (UFRGS), Porto Alegre, v. 7, n. 1, 2002. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.php Acesso em: 11 jul. 2022.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

OROZCO-HORMAZA, M. O. Os erros sintáticos das crianças ao aprender a escrita dos numerais. *In*: MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. (Org.). **Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola**. Curitiba: Editora UFPR, 2005, p.77-106.

SOUZA, L. S. S.; SANTOS, D. C. S. Livro didático: análise dos efeitos decorrentes de situações envolvendo o número racional em contexto socioambiental. **Ensino, Barreiras (BA)**, v. 1, p. 1-27, 2020. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/341870420_Livro_didatico_analise_dos_efeitos_decorrentes_de_situacoes_envolvendo_o_numero_racional_em_contexto_socioambiental Acesso em: 11 jul. 2022.

SPINILLO, Alina Galvão. Como professores e Futuros Professores Interpretam Erros de Alunos aos Resolverem problemas de Estrutura Multiplicativa? **Bolema**, São Paulo, v. 30, n. 56, 2016. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/gqkwThpc6R3GY4Z3XdS3gKC/> Acesso em: 11 jul. 2022.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. **Pesquisa Ensino de Matemática**, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Estruturas multiplicativas. *In*: LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.). **Aquisição de conceitos e processos matemáticos**. New Yourk: Academic Press, 1983. p 127-174.