



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR
ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA

A STUDY ON GEOMETRIC THINKING IN HIGH SCHOOL IN THE LIGHT OF THE VAN HIELE MODEL IN A PUBLIC HIGH SCHOOL IN THE MUNICIPALITY OF MOJU/PA

UN ESTUDIO SOBRE EL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO EN LA ESCUELA SECUNDARIA A LA LUZ DEL MODELO VAN HIELE EN UNA ESCUELA PÚBLICA DEL MUNICIPIO DE MOJU/PA

Daniel Matias Santos¹, Jackson Euler Viana Cruz¹, Márcio Jose Silva¹

e514772

<https://doi.org/10.47820/recima21.v5i1.4772>

PUBLICADO: 01/2024

RESUMO

Essa pesquisa buscou identificar o nível de compreensão dos alunos de uma turma de 3ª Série do Ensino Médio no conteúdo de plano cartesiano, à luz da Teoria de Van Hiele. A metodologia usada foi a Revisão Integrativa, sendo caracterizada como qualitativa, de modo que os dados obtidos foram extraídos do meio digital e da aplicação de um teste contendo 5 questões. O estudo contou com a participação de 21 alunos da turma de 3ª Série do Ensino Médio de uma escola pública do Ensino Médio. Os resultados mostraram indícios de que o processo de ensino e aprendizagem em Geometria Analítica está defasado, pois, nenhum dos alunos se demonstraram com o Pensamento Geométrico desenvolvido para o Conteúdo de Plano Cartesiano. Os resultados apontaram que as dificuldades encontradas pelos alunos em tal conteúdo se devem ao mal domínio de conceitos básicos da Matemática, que não foram bem compreendidas pelos discentes nas séries anteriores, e às questões relacionadas à leitura e compreensão textual que é essencial para o desenvolvimento dos alunos nos cinco níveis.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Geometria. Plano Cartesiano. Pensamento Geométrico. Teoria de Van Hiele.

ABSTRACT

This research sought to identify the level of understanding of students in a 3rd grade high school class in Cartesian content, in light of Van Hiele's Theory. The methodology used was the Integrative Review, being characterized as qualitative, so that the data obtained was extracted from the digital environment and the application of a test containing 5 questions. The study involved the participation of 21 students from the 3rd year high school class at a public high school. The results showed evidence that the teaching and learning process in Analytical Geometry is outdated, as none of the students demonstrated the Geometric Thinking developed for the Cartesian Plane Content. The results showed that the difficulties encountered by students in such content are due to poor mastery of basic Mathematics concepts, which were not well understood by students in previous grades, and to issues related to reading and textual understanding, which is essential for the development of students at the five levels.

KEYWORDS: Geometry Teaching. Cartesian plane. Geometric Thinking. Van Hiele theory.

RESUMEN

Esta investigación buscó identificar el nivel de comprensión de los estudiantes de una clase de 3º de secundaria en contenidos cartesianos, a la luz de la Teoría de Van Hiele. La metodología utilizada fue la Revisión Integrativa, caracterizándose como cualitativa, por lo que los datos obtenidos se extrajeron del entorno digital y la aplicación de un test que contiene 5 preguntas. El estudio contó con la participación de 21 estudiantes de 3er año de secundaria de un colegio público. Los resultados arrojaron evidencia de que el proceso de enseñanza y aprendizaje en Geometría Analítica está desactualizado, ya que ninguno de los estudiantes demostró el Pensamiento Geométrico desarrollado para el contenido Plano Cartesiano. Los resultados mostraron que las dificultades que encuentran los estudiantes en dichos contenidos se deben al escaso dominio de conceptos básicos

¹ UEPA -Universidade do Estado do Pará.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

de Matemáticas, que no fueron bien comprendidos por los estudiantes de grados anteriores, y a cuestiones relacionadas con la lectura y la comprensión textual, fundamental para el desarrollo de Estudiantes de los cinco niveles.

PALABRAS CLAVE: *Enseñanza de la Geometría. Plano cartesiano. Pensamiento geométrico. Teoría de Van Hiele.*

1. INTRODUÇÃO

O Pensamento Geométrico é um tema que assume grande relevância no ensino de Matemática, especificamente no ensino de Geometria, pois, segundo Santos *et al.*, (2023), é a capacidade de compreender a natureza dos fenômenos e inferir sobre eles, de identificar e perceber a importância da Geometria como uma ferramenta para entendimento do mundo físico e como um modelo matemático para compreensão do mundo teórico.

Ao tratar do Pensamento Geométrico, é importante citar a Teoria de Van Hiele que, de acordo com Martins (2014), é um modelo educativo que trata de explicar o comportamento que o aluno deve assumir em cada etapa da aprendizagem. Na visão de Silva (2018), o modelo de Van Hiele do Pensamento Geométrico permite avaliar em que nível de aprendizagem o aluno se encontra pelas habilidades demonstradas nas atividades desenvolvidas sobre um determinado assunto.

Sobre isso, é notório que muitos alunos têm dificuldade em Geometria, conforme confirma Santos *et al.*, (2023), ao afirmarem que existe uma defasagem no ensino e aprendizado em Geometria. Nesse sentido, faz-se necessário que se compreenda o motivo dessa dificuldade para que o professor possa intervir. Dentre os motivos dessa defasagem, Costa (2020) destaca a má formação dos profissionais para o ensino de Geometria, além da dificuldade dos alunos em relacionar conceitos com teorias e práticas. Vale pontuar que, segundo Lanhoso (2020), é importante identificar quais são essas dificuldades e em que parte do mesmo o processo mental de aprendizagem ocorre esta defasagem de conhecimento. Diante disso, a Teoria de Van Hiele ganha grande relevância, pois, Segundo Martins (2014), o modelo de Van Hiele permitiu investigar e saber quais as dificuldades encontradas para ensinar e aprender geometria, enriquecendo assim o ambiente de ensino e aprendizagem.

Nesse viés, a principal motivação para a produção desta pesquisa reside na importância que este tema possui no ensino e aprendizagem de Geometria. Segundo Santos (2016. *Apud Santos et al.*, 2023), a Geometria possui notável importância para a percepção da realidade e formação do indivíduo, além de permitir que os sujeitos descrevam e representem aspectos essenciais do mundo que vivenciam e desenvolvam sua forma particular de compreensão. Sendo assim, ao trabalhar com os níveis de Van Hiele, por meio de uma atividade, será possível identificar o nível de compreensão dos alunos sobre o conteúdo abordado. Em sala de aula, esse conhecimento permite ao planejar uma aula que parta de um ponto que o aluno conhece até outro ponto que ele é capaz de aprender com o auxílio de um professor mediador, tornando a aula do professor mais eficaz, visto que os alunos não ficarão desorientados em relação aos conteúdos passados (Santos *et al.*, 2023).



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

A formulação deste estudo ocorreu em duas fases, sendo a primeira bibliográfica, por onde foi feito o referencial teórico, ao qual possibilitou criar o teste para os alunos se baseando nos 5 níveis de Van Hiele. A segunda fase da pesquisa foi aplicação do teste para uma turma de 3ª Série do Ensino Médio. A aplicação permitiu comprovar a eficácia da teoria e do próprio teste para medir o nível de conhecimento dos alunos no conteúdo abordado.

De acordo com Santos *et al.*, (2023), o professor, munido-se do Modelo de Van Hiele, pode “medir” o nível de compreensão dos alunos no conteúdo estudado. Diante disso, este trabalho tem como finalidade identificar o nível de compreensão dos alunos de uma turma de 3ª Série do Ensino Médio no conteúdo de plano cartesiano, à luz da Teoria de Van Hiele. Para tanto, foram elaborados os seguintes objetivos específicos: Aplicar uma atividade seguindo os níveis de Van Hiele sobre o conteúdo de Plano Cartesiano; classificar os participantes em níveis, seguindo o modelo de Van Hiele, conforme os resultados da pesquisa de campo, além de destacar as dificuldades dos alunos referentes ao conteúdo de Geometria Analítica.

Contudo, o problema de pesquisa deste trabalho se resume na seguinte pergunta: Quais são as contribuições do uso dos níveis de Van Hiele para o desenvolvimento do Pensamento Geométrico no estudo do Plano Cartesiano com estudantes da 3ª Série do Ensino Médio?

2. ASPECTOS TEÓRICOS

2.1. O ensino de geometria no Brasil

O ensino de Geometria no Brasil, de acordo com Monteiro (2015), tem sua origem atrelado às necessidades de guerra. Nesse sentido, Meneses relata que:

A Geometria ligada à Guerra é a primeira forma de prática pedagógica que se tem registro no Brasil. Essa Geometria tornara-se muito importante na Europa devido ao grande desenvolvimento que as armas de guerra sofreram a partir do século XV, rapidamente se transformaram em armas de boa precisão e, a partir daí, o que se vê é uma grande evolução das armas e das construções, a fim de possibilitar melhores defesas e, conseqüentemente, o domínio do poder. Devido a essas necessidades de melhores defesas e desenvolvimento no campo militar, foram criadas as Aulas de Artilharia e Fortificação e as matemáticas ganharam espaço nesse novo campo (Meneses, 2007, p. 22).

Adiante, em meados do século XVII, o Reino de Portugal enviou ao Brasil profissionais especialistas com a finalidade de formar pessoas capacitadas em fortificações militares. O objetivo de Portugal era proteger as terras de sua colônia (Brasil). De acordo com Meneses (2007), foi durante esse período que o ensino de Geometria ganhou força no Brasil, sendo que a partir de 1738, tornou-se obrigatório a todo militar que almejasse ser um oficial, fazer esse curso. Essa preocupação em solidificar as Aulas de Artilharia e Fortificações se deu devido a eminente ameaça de guerra com a Espanha.

Em 1827, o Imperador Dom Pedro I assinou a primeira Lei Geral que estabeleceu as bases para a educação no Brasil, conhecida como a Lei Geral da Instrução. Esta lei estabeleceu a



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

geometria como uma das disciplinas que deveriam ser ensinadas nas escolas, juntamente com a aritmética (Brasil, 1827). Sobre isso, Martins (2001) destaca que a primeira contribuição da Lei de 15 de outubro de 1827 foi a de determinar, no seu artigo 1º, que as Escolas de Primeiras Letras (hoje, ensino fundamental) deveriam ensinar, para os meninos, a leitura, a escrita, as quatro operações de cálculo as noções mais gerais de Geometria prática.

Durante o século XX, segundo Caldato e Pavanello (2015), a Geometria continuou a ser parte integrante do currículo de Matemática nas escolas brasileiras, embora sua abordagem e importância tenham variado em diferentes reformas educacionais e políticas. Desde então, a Geometria sempre fez parte do ensino de Matemática, especialmente no nível fundamental e médio, como uma área essencial para o desenvolvimento das habilidades matemáticas e do pensamento espacial. Nesse sentido, o ensino de Geometria tem notória importância na educação brasileira, desde a educação básica ao ensino superior. Entre várias metodologias para se ensinar este conteúdo, A Base Nacional Comum Curricular deixa claro que precisam construir significados para os problemas, relacionando com seu cotidiano (Brasil, 2018). Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio também ressaltam que:

As habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca (Brasil, 1998).

Nesse viés, O ensino de Geometria, na visão dos documentos oficiais, deve ser contextualizado, que leve em consideração a realidade do educando, de modo a criar condições para que o aluno possa criar significados para sua aprendizagem, englobando conhecimentos escolares e de mundo.

2.2. Apontamentos sobre a teoria de Van Hiele

A teoria do desenvolvimento do Pensamento Geométrico foi proposta por Pierre Marie Van-Hiele e Dina Van-Hiele na segunda metade do século XX, como produto de suas Teses de Doutorado em Matemática e Ciências Naturais pela Universidade Real de Utrecht, na Holanda (Goés, 2017). De acordo com Costa (2017), o estudo partiu da observação das dificuldades dos alunos em Geometria.

Segundo Crowley (1994. *Apud* Martins, 2014), os estudos de Van Hiele têm como fundamento a teoria de que o desenvolvimento mental está ligado às mudanças cognitivas dos alunos e às experiências educacionais. A Teoria de Van Hiele afirma que o aprendizado da Geometria se dá de forma progressiva e em cinco níveis de compreensão e raciocínio, sequenciais e ordenados (Campos, 2020). A esse respeito, Souza (2018) afirma que os cinco níveis de compreensão do desenvolvimento do Pensamento Geométrico consistem em um processo global e gradual.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

Segundo Martins (2014), A teoria de Van Hiele é um modelo educativo que trata de explicar o comportamento que o aluno deve assumir em cada etapa da aprendizagem. Para Santos (2016), O modelo de Van Hiele oportuniza avaliar, por meio das habilidades demonstradas, o nível do desenvolvimento do pensamento Geométrico e da aprendizagem de um aluno em determinado conteúdo.

Em relação aos níveis de compreensão, Cordeiro (2019) define que se trata de uma estrutura cognitiva, composta por níveis mentais a serem necessariamente desenvolvidos pelo aluno para a compreensão de um conceito geométrico.

A principal característica da teoria é a distinção de cinco diferentes níveis de pensamentos com relação ao desenvolvimento da compreensão dos alunos quando se trata de geometria, visto que a Teoria de Van Hiele pode ser proposta em qualquer área da matemática, porém, encontrou maior aplicabilidade na Geometria (Martins, 2014).

No que tange aos níveis de Van Hiele, são numerados de 0 a 4, sendo, respectivamente, nomeados de Visualização ou Reconhecimento, Análise, Dedução informal ou Ordenação, Dedução formal e Rigor (Cordeiro, 2019).

2.2.1. Nível 0

Este nível é chamado de Visualização ou Reconhecimento. Para Cordeiro (2019), neste nível, os estudantes raciocinam basicamente por meio de considerações visuais. Nessa linha de pensamento, Santos (2014) afirma que, no nível do Reconhecimento, o aluno inicia uma percepção do universo que o rodeia, reconhecendo, apenas por sua aparência, formas naturais e/ou artificiais.

Segundo Silva (2021), embora esse primeiro nível seja fortemente influenciado pela percepção, pressupondo que o professor proponha atividades de observação, manipulação, construção, separação, composição e decomposição, o aluno ainda não demonstra consciência das propriedades que determinam as formas.

Segundo Ferreira (2013), o aluno reconhece, nesse nível, as figuras como entes globais, ou seja, sem considerar seus atributos tampouco lhe atribui propriedades. Para a Geometria Analítica, um exemplo desse primeiro nível seria o aluno identificar, visualmente, um Plano Cartesiano, porém, sem identificar características e ter conhecimentos mais aprofundados.

Segundo Nagata (2016), este nível possui as seguintes características:

QUADRO 1 - Características do nível visualização ou reconhecimento

Nº	Característica
1	Percebem as figuras geométricas em sua totalidade, utilizam atributos irrelevantes nas suas descrições, tais como: esta figura é um retângulo, porque é achatado, isto é um vértice, porque é um canto ou porque é um bico.
2	A descrição de figuras geométricas é feita utilizando termos do tipo: ...parece com..., ... lembra...
3	Descrevem objetos com ênfase em tamanho, cores ou outros aspectos, como bicudo, deitado, achatado, redondo.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
 UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
 Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

4	Citam as diferenças existentes entre um retângulo e um paralelogramo como: O retângulo é mais comprido, o paralelogramo é mais bicudo. Ou ainda, o retângulo parece com a porta, com o livro etc.
5	Percebem as figuras geométricas, mas não consegue generalizar as características de uma figura para outras de mesma classe, nem como reconhecer as partes ou propriedades de uma figura.
6	Precisam ser ensinados a reconhecer os padrões geométricos simples (por meio de protótipos apresentados a eles) dando atenção para as características visuais e ensinando os significados dos termos básicos da Geometria.
7	Reconhecem e comparam figuras como triângulos, quadrados, retângulos e polígonos por meio de sua forma, formando grupos de figuras “parecidas”.
8	As propriedades das figuras não desempenham um papel explícito no processo de identificação, pois analisam o objeto como um todo.
9	Reconhecem as figuras pelas suas semelhanças ou diferenças físicas.
10	Não identificam as partes que compõem as figuras ou suas propriedades.
11	Conseguem aprender um vocabulário geométrico simples, identificam formas específicas e reproduzem figuras básicas.
12	Descrevem as figuras baseados em seus aspectos físicos e posição no espaço. Por exemplo, um triângulo é reconhecido por se parecer com a figura nomeada usualmente por esse nome, mas caso esteja com o vértice direcionado para baixo pode não ser percebido como tal. Mesmo tendo um dos lados curvos, podem nomeá-lo como sendo um triângulo.

Fonte: Nagata (2016, p. 44-45)

Conforme se pode notar no quadro acima, o aluno, neste nível, já consegue identificar as formas geométricas, utilizando a comparação por semelhança e diferenças físicas como principais critérios. Ainda convém lembrar que, o discente não conhece diferenciar as formas por suas propriedades e particularidades.

2.2.2. Nível 1

Este nível é conhecido como Análise. Para Cordeiro (2019), neste nível, os alunos raciocinam sobre conceitos geométricos por meio de uma análise informal de suas partes, atributos, observações e experimentações. Para Campos (2020), os alunos começam a perceber conceitos geométricos por meio das propriedades das figuras.

Para Leivas (2012), neste nível, os objetos de pensamento são as classes de formas, mais do que as formas individuais, e como produtos de pensamentos. Neste estão as propriedades das formas. Segundo Ferreira (2013), o aluno inicia suas experimentações utilizando as características das figuras geométricas. Contudo, um aluno neste nível ainda está impossibilitado de realizar inter-relações com outras figuras semelhantes ou entender definições.

Nesse sentido, Silva (2021) corrobora aludindo que, por não conseguir explicitar ainda as inter-relações entre figuras ou propriedades, esse aluno se encontra susceptível a uma série de equívocos. Desse modo, por exemplo, ele poderia apropriar-se da convicção de que determinada figura não é um prisma porque é um cubo. Analogamente, em Geometria Analítica, o aluno neste nível, pode, por exemplo, afirmar que um Plano Cartesiano é um Plano Cartesiano por não ser uma figura espacial.

Segundo Nagata (2016), este nível possui as seguintes características:



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
 UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
 Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

QUADRO 2 - Características do nível análise

Nº	Característica
1	Reconhece que as figuras geométricas são formadas por partes ou elementos e essas têm propriedades matemáticas.
2	Definições dadas pelo professor ou no livro didático podem ser rejeitadas quando o aluno acredita que elas estão em conflito com elas mesmas.
3	Consegue generalizar propriedades, e acredita que demonstrações ocorrem mediante sua comprovação em um ou poucos casos.
4	As figuras já podem ser divididas em grupos com propriedades semelhantes, mas ainda não consegue explicar as relações entre essas propriedades e nem entende as definições.
5	Aspéctos como tamanho ou posição tornam-se irrelevantes e as propriedades das formas tomam seu lugar.
6	Conseguem utilizar as propriedades para resolver problemas.
7	Dão importância às figuras geométricas, por exemplo, o retângulo que era somente parecido com uma porta agora é visto como um quadrilátero, com lados paralelos dois a dois, com quatro ângulos retos, com lados opostos de medidas iguais.
8	Por meio de experimentações os alunos conseguem deduzir outras propriedades que ainda não foram citadas pelo professor, como verificar que as diagonais de um losango se cruzam perpendicularmente, e em outros acontece o mesmo.
9	Os alunos ainda não apresentam habilidade de inclusão de classe, como quadrados ter as propriedades de losangos e de retângulos, pois eles também os são.
10	Classifica as figuras baseados em um único atributo, como propriedade de lados, negligenciando ângulo, simetria.
11	Não consegue visualizar o mínimo de propriedades suficientes para identificar uma figura geométrica específica, ao invés disso cita todas as propriedades dessa figura.
12	Não compreende demonstrações matemáticas.

Fonte: Nagata (2016, p. 48-49)

Ao analisar o quadro acima, observa-se que o aluno neste nível já consegue identificar as figuras por suas propriedades. Diante disso, pode fazer generalizações e agrupar formas semelhantes. Todavia, ainda não identificam as propriedades específica e únicas de uma forma geométrica, apresentando todas as propriedades existentes da forma em questão. Além disso, ainda não compreende as demonstrações matemáticas.

2.2.3. Nível 2

Este nível é chamado de Dedução Informal. Para Cordeiro (2019), os estudantes formam definições abstratas, podendo estabelecer inter-relações das propriedades nas figuras e entre figuras. Para Campos (2020), é o momento que o aluno percebe a necessidade de definições que possibilitem as classificações das figuras e seus agrupamentos.

Neste nível, segundo Assad (2017), os alunos serão capazes de acompanhar e apreciar um argumento dedutivo informal sobre formas e suas propriedades. Nesse cenário, Silva (2021) diz que o aluno reconhece classes de figuras, entende a inclusão e interseção de classes e consegue classificar figuras seguindo uma hierarquia, percebendo, por exemplo, que um cubo é um prisma porque é dotado de todas as propriedades do prisma.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

Na ideia do Plano Cartesiano, o aluno consegue perceber que se trata de um Plano Cartesiano por que é dotado de todas as propriedades dele. Segundo Van Hiele (1999 *apud* Silva, 2021), esse aluno, diante de suas descobertas, começa a se preocupar com as propriedades dos objetos geométricos e a sentir a necessidade de organizar essas propriedades e estabelecer relações entre elas.

Para Nagata (2016), este nível possui as seguintes características:

QUADRO 3 - Características do nível dedução informal

Nº	Característica
1	Descobrem generalizações de propriedades e regras previamente aprendidas e desenvolvem argumentos informais para mostrar que elas são verdadeiras.
2	São capazes de correlacionar entre as diferentes formas geométricas, e reconhecer características gerais dos objetos particulares e explicá-las de maneira hierárquica.
3	Engajam em um tipo de raciocínio que os capacita a compreender inclusão e interseção de classes (exemplo: os quadrados possuem tanto as características de retângulos quanto losangos, além de todos esses serem classificados como paralelogramos que é um subgrupo dos quadriláteros). Assim, as propriedades para o reconhecimento são deduzidas umas das outras.
4	Podem distinguir condições necessárias e suficientes num conceito, com isso podem elaborar definições sem redundâncias.
5	Verificam com facilidade que um quadrado é um retângulo e entende que um retângulo é um quadrilátero com quatro ângulos retos.
6	Entendem o significado das demonstrações em geometria.
7	Conseguem compreender provas formais, mas não conseguem construir uma prova, partindo de premissas diferentes.
8	Conseguem estabelecer inter-relação de propriedades dentro de uma figura, por exemplo, num quadrilátero, se os lados opostos são paralelos, necessariamente os ângulos opostos são iguais.
9	Usam as propriedades de figuras para verificar se uma classe de figuras esta contida em ´ outra.
10	Conseguem usar explicitamente afirmações validadas do tipo “se, então”, por exemplo: se um quadrilátero é retângulo então necessariamente é um paralelogramo.
11	Tem habilidade para formar argumentos dedutivos informais corretos usando implicitamente propriedades logicas, como por exemplo, se p implica q e q implica r, então p implica r.

Fonte: Nagata (2016, p. 52-53)

Diante das características expostas no quadro acima, o aluno que se encontra neste nível já pode compreender as demonstrações matemáticas, conseguindo descobrir, por si mesmo, generalizações de propriedades e regras aprendidas anteriormente. A partir disso, pode desenvolver argumentos informais para mostrar que elas são verdadeiras.

2.2.4. Nível 3

Para Santos (2014), ao atingir este nível (dedução formal), o aluno é capaz de realizar demonstrações que envolvem conceitos formais, além de visualizar outras possibilidades de realizá-las. Para Campos (2020), os estudantes assimilam o processo dedutivo, ou seja, conseguem sequenciar informações, deduzindo uma a partir da outra.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR

ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
 UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
 Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

Silva (2021) afirma que este nível é caracterizado pela percepção da necessidade de um sistema lógico estruturado, no qual o aluno, ao examinar mais do que apenas as propriedades das formas, consegue construir racionalmente suas provas e demonstrações, e não apenas memorizá-las, valendo-se da sua capacidade de raciocinar formalmente no contexto de um sistema matemático completo, com termos indefinidos, com axiomas, com definições e teoremas.

Segundo Assad (2017), neste nível, os alunos serão capazes de trabalhar com sentenças abstratas, sobre as propriedades geométricas e estabelecer conclusões baseadas mais na lógica do que na intuição.

De acordo com Nagata (2016), este nível possui as seguintes características:

QUADRO 4 - Características do nível dedução formal

Nº	Característica
1	Compreendem as diferenças entre definições, axiomas e teoremas e diferenciam o que é dado num problema do que é pedido para encontrar ou fazer.
2	Reconhecem quando e como usar informações auxiliares de uma figura e deduzem dessas a melhor forma de desenhar ou construir uma figura específica.
3	Deduzem consequências das informações dadas e resolvem problemas que relacionam diversas figuras.
4	Entendem o significado de uma demonstração e conseguem produzir demonstrações formais.
5	Tem a capacidade de reformular teoremas.
6	Reconhecem com facilidade dentre várias propriedades quais são necessárias e quais são suficientes na descrição de uma figura geométrica.
7	Aceitam a possibilidade de se atingir um mesmo resultado de diferentes maneiras.
8	Compreendem que pode haver mais de uma forma de demonstrar uma propriedade.
9	Fazem distinções entre uma proposição do tipo “se, então” e sua recíproca de forma natural e verificam sua veracidade.
10	Trabalham com sentenças abstratas sobre propriedades geométricas e estabelecem conclusões mais baseadas na lógica do que na intuição.
11	Reconhecem perguntas ambíguas e conseguem reformulá-las com linguagem correta.
12	Confiam que a demonstração é autoridade final, decidindo a verdade de uma proposição matemática.
13	Aceitam os postulados de Geometria Euclidiana mesmo que estes não sejam passivos de demonstração.

Fonte: Nagata (2016, p. 55)

Ao analisar o quadro acima, fica evidente que a formalidade é a principal característica desse nível. Nessa etapa, o aluno, já compreendendo o significado de demonstrações, consegue produzir demonstrações formais. Além disso, compreendem que pode haver mais de uma forma de demonstrar uma propriedade.

2.2.5. Nível 4

Já o nível 4 é chamado de Rigor, que, de acordo com Cordeiro (2019), é onde os estudantes entendem a estrutura de vários sistemas dedutivos com muito rigor. Comparam sistemas baseados



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

em diferentes axiomas e estudam várias geometrias na ausência de modelos concretos. São capazes de se aprofundarem na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas.

O processo de aprendizagem neste nível é muito irregular, por isso Van Hiele cita que é muito complicado falar sobre a aprendizagem neste nível (Nagata, 2016).

Silva (2021) destaca que este é o nível mais elevado do modelo Van Hiele, no qual vários sistemas dedutivos são avaliados com alto grau de rigor. Para Campos (2020), é um nível onde a abstração é muito acentuada, pois não se faz mais necessário o uso de figuras ou material concreto para análise. Lanhoso (2020) conclui que, neste nível, os alunos estudam os próprios sistemas axiomáticos, não apenas as deduções dentro de um sistema.

Segundo Nagata (2016), este nível possui as seguintes características:

QUADRO 5 - Característica do nível rigor

Nº	Característica
1	Podem estabelecer teoremas em diferentes sistemas de postulados e podem comparar e analisar sistemas dedutivos.
2	Fazem comparações e confrontos entre os diferentes sistemas axiomáticos da Geometria como no caso de geometrias não-euclidianas com a Euclidiana.
3	São capazes de usar a verificação, a indução, inferência etc., relativas aos princípios geométricos.
4	Não dependem de experiências e intuições concretas, transitam facilmente por teorias axiomatizadas não-euclidianas.
5	Veem a Geometria no plano abstrato.
6	Reconhecem que afirmações são injustificáveis, quando se faz uso de figuras.
7	Representam graficamente conceitos não usuais em vários sistemas dedutivos.
8	Usam modelos matemáticos para representar sistemas abstratos.
9	Desenvolvem modelos matemáticos para descrever fenômenos físicos, sociais e naturais.
10	Tratam as figuras como um conjunto de propriedades e representadas por símbolos.
11	Sabem estabelecer a consistência de um sistema axiomático.

Fonte: Nagata (2016, p. 57)

Conforme pode-se notar no quadro acima, o aluno neste nível pode estabelecer teoremas em diferentes sistemas de postulados, podendo compará-los e analisá-los, reconhecendo a Geometria em um plano abstrato. Em tal etapa, o aluno domina o conteúdo, sendo capaz de usar a verificação, a indução, inferência e dentre outros.

Para melhor compreensão desse estudo serão apresentados os caminhos metodológicos percorridos por este estudo.

3. MÉTODO

Este trabalho foi realizado em duas etapas. No primeiro momento foi feito um levantamento da literatura a respeito do tema em questão, por meio digital, sendo este essencial para a construção



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

do referencial teórico desta pesquisa. Logo após, foi realizada a aplicação de um teste de caráter diagnóstico contendo cinco questões sobre o Plano Cartesiano em uma turma de 3ª série do ensino médio de uma escola pública localizada no município de Moju - PA. O estudo contou com a participação de 21 alunos. Nesse contexto, tal pesquisa foi realizada por meio de uma Revisão Integrativa.

Em relação a Revisão Integrativa de Literatura, Souza, Silva e Carvalho (2010) afirmam que é um método que proporciona a síntese de conhecimento e a incorporação da aplicabilidade de resultados de estudos significativos na prática, permitindo a inclusão de estudos experimentais e não-experimentais para uma compreensão completa do fenômeno analisado. Nessa linha de pensamento, Botelho, Cunha e Macedo (2011) concluem que o método de revisão de literatura integrativa é uma abordagem que permite a inclusão de estudos que adotam diversas metodologias.

Com a finalidade de identificar o nível de compreensão dos alunos de uma turma 3ª série do Ensino Médio à luz da Teoria de Van Hiele, este estudo adotou uma abordagem qualitativa, pois, de acordo com Godoy (1995), ela permite que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a proporem trabalhos que envolvem novos enfoques.

Em relação à abordagem qualitativa, Kauark, Manhães e Medeiros (2010, p. 26) citam que ela:

Considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. É descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem (Kauark; Manhães; Medeiros, 2010, p. 26).

Dado os objetivos deste trabalho, é notório que se dedicam a identificar o nível de conhecimento dos alunos em relação ao plano cartesiano e destacar as dificuldades encontradas pelos educandos nesse assunto. Assim, do ponto de vista da natureza da pesquisa, este estudo é de natureza aplicada, pois, segundo Kauark, Manhães e Medeiros (2010), esta procura gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigida à solução de problemas específicos, envolvendo verdades e interesses universais.

No que tange à aplicação do teste, teve como objetivo medir o nível de compreensão do Pensamento Geométrico, seguindo os níveis de Van Hiele, e identificar as principais dificuldades dos alunos no conteúdo de Plano Cartesiano. Vale lembrar que o teste foi realizado considerando que o aluno não consiga acertar uma questão, caso tenha errado a anterior, fato que será crucial para medir o conhecimento dos alunos.

Sobre o teste, segue abaixo os objetivos para cada uma das cinco questões.

3.1. Questão 1

A primeira questão do teste é objetiva. Veja abaixo.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

FIGURA 1 – Primeira questão do teste



FONTE: Dados da pesquisa

O objetivo desta questão está alinhado ao primeiro nível da Teoria de Van Hiele (Reconhecimento ou Visualização). Nela, o aluno precisa identificar qual das figuras apresenta um Plano Cartesiano. Acertando esse exercício, significa que o educando está, pelo menos, no primeiro nível, pois o aluno neste nível consegue reconhecer a figura por sua forma universal, e em níveis posteriores, com maior grau de detalhes e características.

Nesse sentido, caso o aluno acerte esta questão e erre ou não consiga desenvolver as próximas, significa que este estudante se encontra, definitivamente, no primeiro nível de Van Hiele.

3.2. Questão 2

A segunda questão do teste é subjetiva. Veja abaixo.

FIGURA 2 – Segunda questão do teste

2- Defina, em suas palavras, o que é um plano cartesiano.

FONTE: Dados da pesquisa

O objetivo desta questão está alinhado ao segundo nível de Van Hiele (Análise). Nela, o aluno deve descrever, em suas palavras, o conceito de Plano Cartesiano. Caso o aluno coloque em sua resposta alguma propriedade, ainda que de forma equivocada, e tendo acertado a primeira questão, significa que o aluno se encontra, pelo menos, no segundo nível da teoria de Van Hiele, pois neste estão as propriedades das formas (Leivas, 2012). Porém, caso haja ausência de propriedades, essa questão será considerada como uma extensão da primeira, ou seja, o aluno ainda se encontra no primeiro nível.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

Na hipótese de que o aluno tenha acertado as duas primeiras questões, e tenha errado ou não tendo desenvolvido as próximas, este se encontra, definitivamente, no segundo nível da teoria.

3.3. Questão 3

A terceira questão é subjetiva. Veja abaixo.

FIGURA 3 – Terceira questão do teste

3- Desenhe um plano cartesiano e, nele, faça dois pontos A e B, de modo que suas coordenadas x e y sejam diferentes, formando assim $A(xa, ya)$ e $B(xb, yb)$. A seguir, faça um segmento de reta que ligue os pontos A e B.

FONTE: Dados da pesquisa

O objetivo desta questão está alinhado ao terceiro nível de Van Hiele (Dedução Informal). Nela, o aluno deve desenhar um Plano Cartesiano e, neste, dois pontos ligados por um segmento de reta inclinado em relação aos eixos. Além do aluno saber o que é um plano cartesiano, ele precisará ter conhecimento do que é coordenada cartesiana e segmento de reta. Caso o aluno desconheça o que é coordenada cartesiana ou segmento de reta, ele não conseguirá responder à questão, atestando que se encontra no segundo nível da teoria. Porém, caso acerte, e tenha acertado as anteriores, fica atestado que o aluno está, pelo menos, no terceiro nível.

Na hipótese de que o aluno acerte as questões 1, 2 e 3, e tenha errado as próximas questões, ou não as tendo desenvolvido, este se encontra, definitivamente, no terceiro nível da teoria.

3.4. Questão 4

A quarta questão é subjetiva. Veja abaixo.

FIGURA 4 – Quarta questão do teste

4- Segundo o Teorema de Pitágoras, em um triângulo retângulo, existe uma relação matemática entre os catetos (**a** e **b**) e a hipotenusa (**c**), dada por $a^2 + b^2 = c^2$. Diante disso, demonstre a fórmula que calcula a distância entre dois pontos $A(xa, ya)$ e $B(xb, yb)$ em um plano cartesiano.

FONTE: Dados da pesquisa



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

O objetivo desta questão é que o aluno demonstre o modelo matemático que calcula a distância entre dois pontos no Plano Cartesiano, ou seja, $D_{ab} = \sqrt{(Xa - Xb)^2 + (Ya - Yb)^2}$, a partir do teorema de Pitágoras para o triângulo retângulo. Para conseguir fazer isso, o aluno precisará ter concluído com êxito a questão anterior, e precisa perceber que, a partir daquele segmento de reta inclinado, traçando mais dois segmentos em suas extremidades, tal que se encontrem fazendo um ângulo de 90° , formará um triângulo retângulo, onde poderá aplicar o teorema de Pitágoras e, conseqüentemente, encontrar, por meio da manipulação algébrica, o modelo esperado. Esta questão está diretamente ligada ao quarto nível da teoria de Van Hiele (Dedução Formal), visto que o aluno neste nível consegue assimilar o processo dedutivo, sequenciando as informações e deduzindo informações secundárias a partir de primárias. Conforme dito por Santos (2014), o aluno deve ser capaz de realizar demonstrações que envolvem conceitos formais, além de visualizar outras possibilidades de realizá-las.

Na hipótese de que o aluno acerte essa questão, tendo também acertado as anteriores, é sinal de que tal estudante está, pelo menos, no quarto nível, sendo este nível definitivo no caso de o aluno errar a próxima, ou não consiga desenvolver.

3.5. QUESTÃO 5

A quinta questão é subjetiva. Veja abaixo:

FIGURA 5 – Quinta questão do teste

5- Imagine dois amigos que moram em uma cidade no nível do mar. A distância entre a casa de Pedro (P) e o comércio (C) mais próximo da região é de 30 metros. Já a distância entre a casa de João (J) e o mesmo comércio (C) é de 40 metros. Vale pontuar que o ângulo formado entre os segmentos de reta que ligam as casas ao comércio é um ângulo reto. Um dia, João decide testar um drone que comprou pela internet, fazendo com que ele voe de sua casa até a casa de seu amigo Pedro. Se considerarmos que o trajeto foi em linha reta, qual a distância percorrida em metros pelo drone de João?

FONTE: Dados da pesquisa

O objetivo desta questão é que o aluno consiga interpretar a situação hipotética, relacionando-a com o conteúdo de Plano Cartesiano. Para que o aluno consiga fazer, é necessário que o aluno, primeiramente, domine todos os níveis anteriores, ou seja, tem que ter acertado todas as questões anteriores. É preciso que o aluno conheça os conceitos formais colocados na questão e que tenha conhecimento do modelo matemático que calcula a distância entre dois pontos e sua relação direta com o teorema de Pitágoras. Nesse sentido, é preciso que o aluno reconheça a cidade como um Plano Cartesiano, sendo o comércio citado a origem e os as casas dos amigos dois pontos posicionados um em cada eixo. Nesse sentido, a questão 5 está ligada diretamente ao quinto nível da Teoria de Van Hiele (Rigor), visto que é um nível onde a abstração é muito acentuada, pois não se



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

faz mais necessário o uso de figuras ou material concreto para análise (Campos, 2020). Além disso, os alunos, neste nível, comparam sistemas baseados em diferentes axiomas e estudam várias geometrias na ausência de modelos concretos.

Conseguindo desenvolver esta questão, bem como as anteriores, pode-se inferir que o aluno está no maior nível de desenvolvimento do Pensamento Geométrico, de acordo com o modelo de Van Hiele. Porém, caso as habilidades esperadas não sejam atendidas pelo estudante, mas tenha acertado as anteriores a essa, demonstra que o aluno ainda está no quarto nível, em transição ao último.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

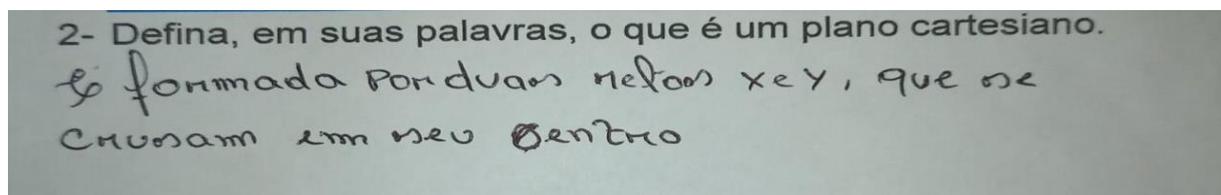
A partir da aplicação da atividade na turma participante, foi possível perceber que os alunos ainda têm muita dificuldade em tal conteúdo, principalmente com relação à manipulação algébrica e interpretação de gráficos.

A pesquisa de campo, que contou com a participação de 21 alunos, demonstrou que seis alunos se encontram no primeiro nível (Reconhecimento), seis no segundo nível (Análise) e nove no terceiro nível (Dedução Informal).

Em Relação a primeira questão da atividade, que era a única objetiva, todos os alunos conseguiram acertar, porém apenas 15 dos alunos conseguiram concluir a segunda. Tal questão, que era subjetiva, tiveram dois tipos de respostas: Aquelas com menos informações e aquelas como mais informações.

No que diz respeito às com menos informações, houve alunos que afirmaram que o plano cartesiano “são duas retas que se cruzam” ou ainda, que “é formado por duas retas que se cruzam em seu centro”. Esse fato é apresentado nas figuras 06 e 07, a seguir.

FIGURA 6 – Resposta da questão 2: aluno A



Fonte: Dados da pesquisa

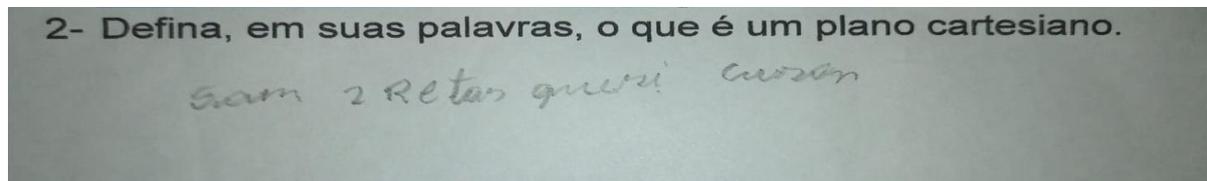
A figura acima demonstra a resposta de um aluno que se encontra, pelo menos, no segundo nível de Van Hiele (Análise), pois, as retas “que se cruzam em seu centro” é uma das particularidades do plano cartesiano, embora ainda tenha faltado dizer que tal cruzamento é perpendicular.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

FIGURA 7- Resposta da questão 2: aluno B

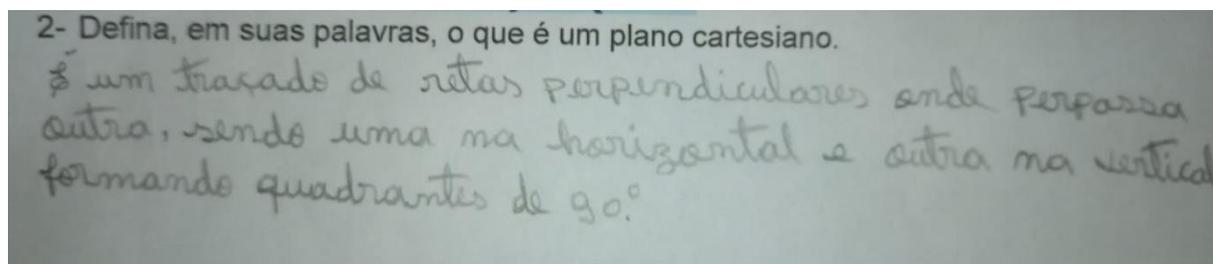


Fonte: Dados da pesquisa

A imagem acima é a resposta de um aluno que se encontra, pelo menos, no segundo nível (Análise). Isso é evidente pois, ao dizer que “são 2 retas que se cruzam”, o aluno está tentando falar da mesma propriedade dita pelo aluno A, na figura 6.

Além dessas, houve as respostas com mais informações, citando que são retas que se cruzam perpendicularmente, formando quatro quadrantes. Outros dizendo que são um “sistema de retas numéricas” chamadas de eixo, detalhando ainda o que seria a origem e o nome dos eixos. As figuras 8 e 9 apresentam duas respostas de alunos que apresentaram maior quantidade de informações.

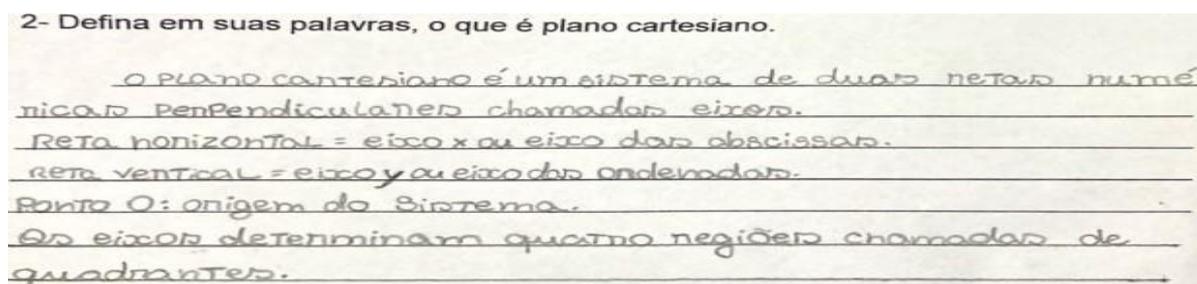
FIGURA 8 – Resposta da questão 2: aluno C



Fonte: Dados da pesquisa

A figura acima demonstra a resposta de um aluno que se encontra, pelo menos, no segundo nível (Análise). Isso é evidente pois o aluno expôs boa parte das propriedades de um plano cartesiano, sem qualquer tipo de equívoco.

FIGURA 9 – Resposta da questão 2: aluno D



Fonte: Dados da pesquisa



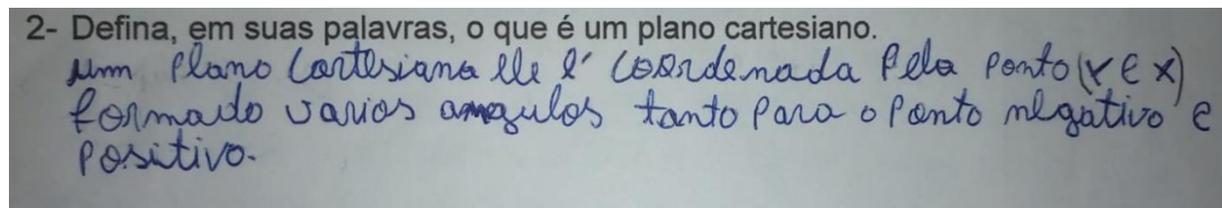
RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

A figura acima demonstra a resposta de um aluno que se encontra, pelo menos, no segundo nível (Análise). O aluno conseguiu destacar algumas propriedades do plano cartesiano com perfeição.

Ainda em relação a questão dois, tiveram alunos que tentaram apresentar mais informações, porém se equivocaram. Um exemplo desse equívoco é a resposta expressa na figura abaixo, que afirma que este objeto matemático é formado por “vários ângulos, tanto para o ponto positivo e negativo”. O que o aluno, na verdade, quis dizer, é que o objeto matemático é formado por duas retas que se cruzam perpendicularmente formando quatro quadrantes, de modo que aquilo que se encontra à direita e acima, a partir da origem, são valores positivos, sendo o oposto disso valores negativos.

FIGURA 10 – Resposta da questão 2: aluno E



Fonte: Dados da pesquisa

A resposta do aluno acima demonstra que ele ainda tem dificuldade em expressar, em palavras, o que seria um plano cartesiano. Ao falar de suas propriedades, pelos menos as visualmente perceptíveis, de forma equivocada, ele ainda consegue expô-las. Isso demonstra que o aluno se encontra, pelo menos, no segundo nível.

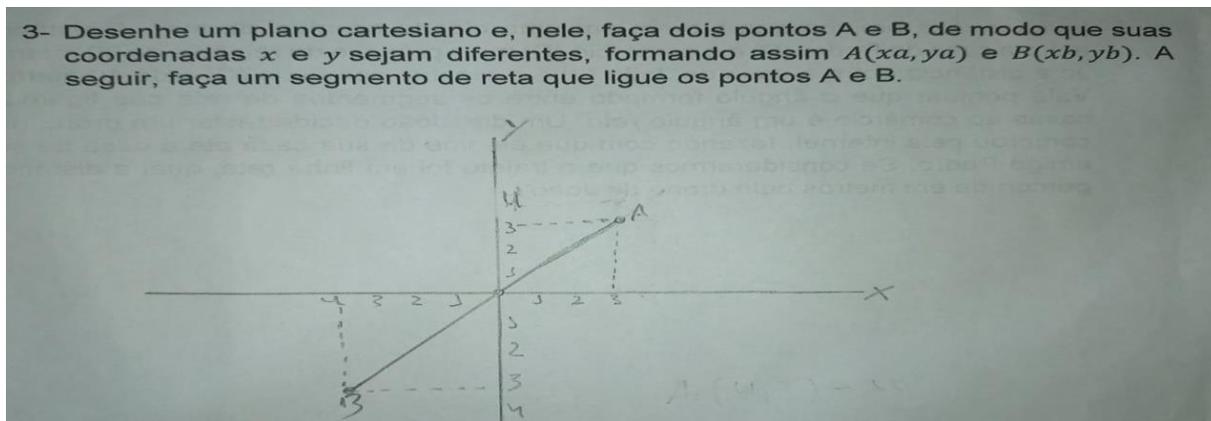
Já, em relação à terceira questão, apenas 9 alunos conseguiram acertar. Todavia, 5 deles não sabiam diferenciar um segmento de reta e uma reta, ou seja, os alunos deveriam desenhar um plano cartesiano, conhecendo algumas propriedades e nomenclaturas de objetos matemáticos, tais como ponto e segmento de reta. A seguir, as figuras abaixo destacam as respostas de dois alunos, sendo um que fez um segmento de reta corretamente, e outro que fez uma reta, o que não foi pedido na questão.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

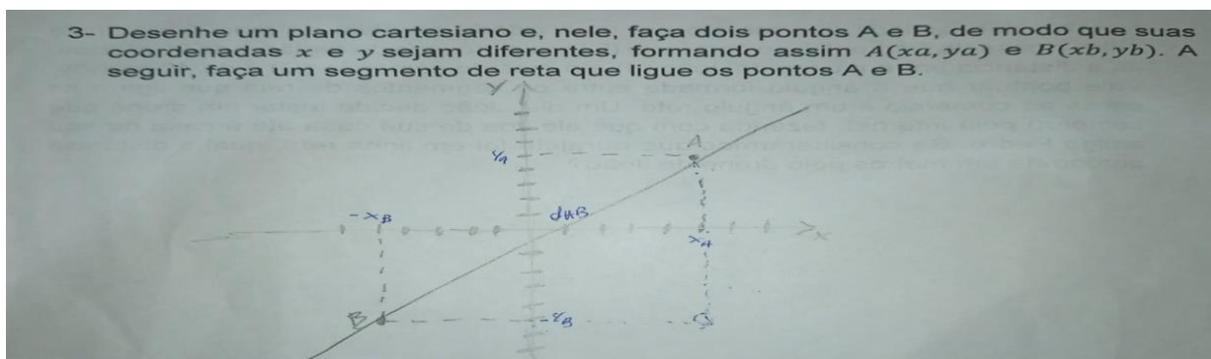
FIGURA 11 – Resposta da questão 3: aluno F



Fonte: Dados da pesquisa

A figura acima demonstra a resposta de um aluno que se encontra, pelo menos no terceiro nível de Van Hiele (Dedução Informal). Conseguiu desenhar um plano cartesiano com tudo o que foi pedido na questão. Porém, é evidente que o aluno precisou numerar as retas para criar os pontos. Deixa claro que o aluno ainda é incapaz de enxergar tal conteúdo em um plano abstrato, bem como de fazer a demonstração que foi exigida na próxima questão.

FIGURA 12 – Resposta da questão 3: aluno G



Fonte: Dados da pesquisa

A figura acima demonstra a resposta de um aluno que se encontra, pelo menos, terceiro nível de Van Hiele (Dedução Informal). O aluno claramente não sabe diferenciar um segmento de reta de uma reta, ou não se atentou à leitura correta da questão, mas conseguiu fazer os pontos seguindo as orientações da questão.

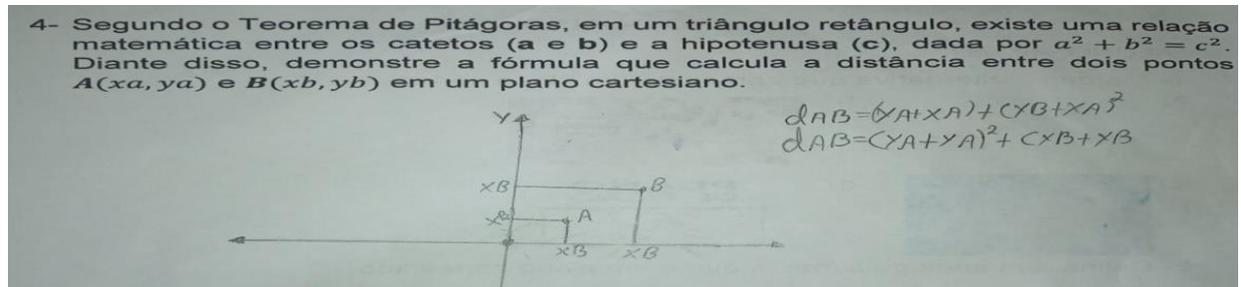
Com relação à quarta questão, se pode observar que nenhum aluno conseguiu acertar. Alguns até foram pelo “caminho” certo, mas se equivocaram na manipulação algébrica e na análise gráfica, como é possível perceber na figura abaixo.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

FIGURA 13 – Resposta da questão 4: aluno H

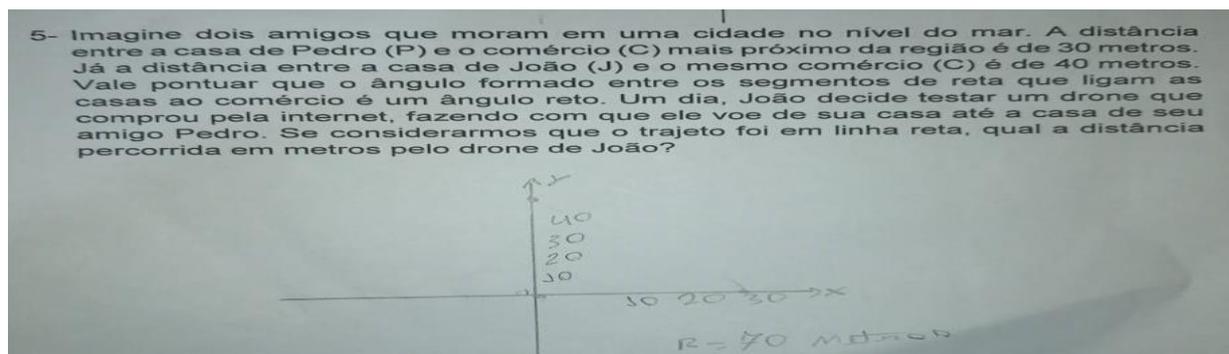


Fonte: Dados da pesquisa

A imagem acima demonstrada é resposta de um aluno que errou a quarta questão. Neste caso, a análise gráfica e a manipulação algébrica foram as causas do erro. O aluno não conseguiu relacionar seu gráfico com o plano cartesiano, o que dificultou seu cálculo, levando-o ao erro.

No que diz respeito a questão 5, esperava-se que os alunos compreendessem a situação hipotética e relacionassem-na com o conteúdo estudado. Porém, o objetivo não foi alcançado com nenhum dos alunos. Ficou entendido que muitos alunos ainda têm dificuldade com a interpretação e compreensão textual, o que os impossibilitaram de alcançar a resposta correta. Outros alunos, até alcançaram o resultado correto, mas não conseguiram relacionar a situação com o plano cartesiano, e sim, com o Teorema de Pitágoras. A esses alunos, foi perguntado se eles conseguiram visualizar alguma outra maneira de responder à questão, e obtivemos um “não”, como resposta. A seguir, estão enfatizadas as duas respostas referentes aos participantes F e A. Vejamos

FIGURA 14 – Resposta da questão 5: aluno F



Fonte: Dados da pesquisa

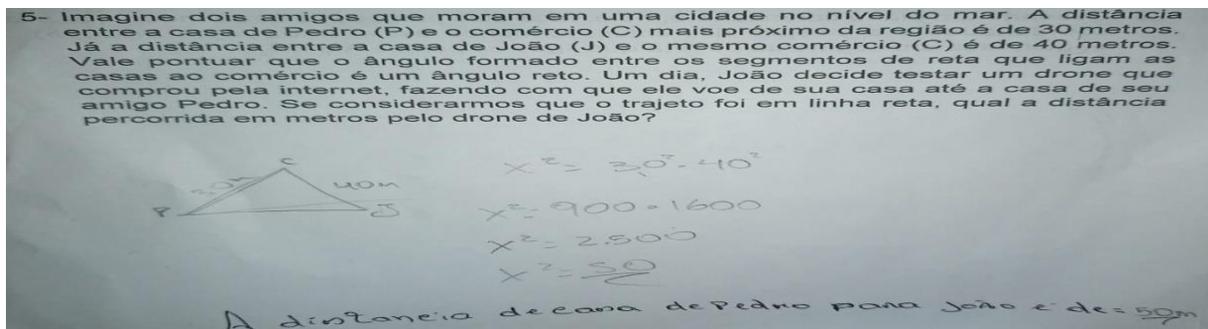
A imagem acima demonstra a resposta de um aluno que errou a quinta questão. O aluno não compreendeu a história do texto, fato que o fez “30+40” (distância da casa de Pedro ao comércio + distância da casa de João ao comércio). O aluno claramente não se atentou a leitura do texto.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

FIGURA 15 – Resposta da questão 5: aluno A



Fonte: Dados da pesquisa

A resposta do aluno na questão acima está correta, porém ele não conseguiu relacionar a situação hipotética com o conteúdo de Plano Cartesiano, calculando por meio do teorema de Pitágoras. Ficou, assim, evidente que aluno não conseguiu visualizar uma forma de responder à questão utilizando o Plano Cartesiano. Vale pontuar que o aluno A não conseguiu fazer a demonstração da quarta questão, a qual seria utilizada nesta última questão.

Com tudo, por meio das respostas, é possível identificar seus níveis, segundo a Teoria de Van Hiele. Além disso, as respostas dos alunos demonstram onde se encontram as principais potencialidades e dificuldades. Nesse sentido, foi possível observar que os alunos ainda não possuem o Pensamento Geométrico bem desenvolvido para o conteúdo de Plano Cartesiano.

5. CONSIDERAÇÕES

O modelo de Van Hiele é uma teoria que tem sido muito debatida e estudada por pesquisadores da área da Educação Matemática. Na visão de Santos *et al.*, (2023), o professor pode usá-la para “medir” o nível de compreensão dos alunos no conteúdo estudado, além de planejar atividades, segundo suas fases de aprendizagem, que são muito eficazes no ensino e aprendizado de Geometria.

Nesse sentido, esta pesquisa objetivou identificar o nível de compreensão dos alunos de uma turma de 3ª série do ensino médio no conteúdo de plano cartesiano, à luz da Teoria de Van Hiele.

Nesse sentido, o modelo criado por Van Hiele desempenha um papel importante quando se fala em Geometria, pois, baseando-se nele, o professor pode mediar o processo de ensino e aprendizado tornando o aprendizado mais desafiador e motivador, desenvolvendo uma aprendizagem significativa.

Este estudo, que teve a participação de 21 alunos de uma turma de 3ª série do ensino médio, constatou que ainda existe uma “deficiência” no processo de ensino e aprendizado de Plano Cartesiano. Foi constatado que tal defasagem está diretamente ligada a problemas de leitura e compreensão textual, manipulação algébrica, análise gráfica, contextualização da Matemática e ao desconhecimento de conceitos de objetos Matemáticos.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

Com relação a problemas de leitura e compreensão textual, ficou evidente que muitos alunos não se atentavam ao que se pedia na questão, desenvolvendo outras tarefas que não constavam nas atividades propostas.

Ademais, ficou evidente que muitos participantes desconhecem o conceito de alguns objetos matemáticos relacionados à Geometria, como segmento de reta e coordenada cartesiana. O aluno G, por exemplo, não soube diferenciar um segmento de reta de uma reta, conforme foi demonstrado em sua resposta na figura 12. Além disso, as figuras 6, 7 e 10 evidenciaram alunos que não conseguiram responder corretamente o que é um Plano Cartesiano.

Contudo, os resultados da pesquisa evidenciaram indícios de que ainda existe um atraso no conhecimento dos alunos sobre o conteúdo de Geometria Analítica básica. Ficou constatado, também, que tal problemática não está relacionada unicamente ao conteúdo estudado, mas também à outras áreas da Matemática (Álgebra e Geometria Plana), e, até mesmo, fora dela (na leitura e compreensão de textos). Nesse viés, é possível inferir que existe uma dificuldade que se perpetua desde o ensino fundamental, e que tem prejudicado os alunos no conteúdo de Plano Cartesiano e, provavelmente prejudicará em outros.

Ainda convém lembrar que nenhum aluno conseguiu concluir 100% dos exercícios, o que comprovou que existe, de fato, não uma, mas várias problemáticas (domínio da álgebra, análise gráfica, leitura e compreensão textual são algumas delas) que cerceiam o processo de ensino e aprendizagem no conteúdo apresentado.

Nesse sentido, Santos *et al.*, (2023), ao selecionarem 10 (dez) trabalhos, também constatou que muitas pesquisas apontam que tal déficit existe e que a maioria dos pesquisadores propõem que se pesquise, futuramente, formas de melhorar a qualidade de ensino em Geometria.

Com base nas análises das pesquisas ora apresentadas, levantamos alguns questionamentos que precisam de respostas, bem como suas consequências para o ensino de Geometria Analítica:

- Quais as medidas viáveis para contornar a defasagem evidente no processo de ensino e aprendizagem em Geometria Analítica, sobretudo às relacionadas à leitura e ao domínio de outros ramos da Matemática, em turmas concluintes do Ensino Médio? A resposta a essa indagação ajudará a minimizar o déficit no aprendizado em Geometria Analítica a curto ou médio prazo. Adiante, as contribuições dessa resposta, implicarão em alunos mais bem preparados para a entrada no ensino superior, principalmente para aqueles que almejam entrar em cursos que utilizam tal conhecimento em sua grade curricular.
- Além dos problemas de leitura e compreensão textual, manipulação algébrica, análise gráfica, contextualização da Matemática e desconhecimento de conceitos de objetos Matemáticos, os quais foram abordados, quais outras possíveis causas para a problemática discutida por este estudo? A resposta a esse questionamento possibilitará uma abordagem bem mais eficiente na solução da primeira pergunta, visto que, conhecendo as causas do



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

problema, o professor mediador poderá criar estratégias e metodologias capazes de solucionar a problemática. As contribuições de uma pesquisa que busque tal solução, se somarão com outras medidas que visam a melhora da qualidade da educação no Brasil. Nesse viés, reconhecer as dificuldades dos alunos é essencial para a prática docente, visto que o professor é o mediador que deve orientar o aluno na busca pelo aprendizado.

Portanto, se faz necessário que futuros estudos possam abordar mais a parte interventiva do professor na mediação da aprendizagem utilizando outras metodologias de ensino que sejam mais eficazes.

Assim, acreditamos que em próximos trabalhos a serem publicados no futuro, outros pesquisadores ainda irão encontrar outras lacunas nessa linha de pesquisa, visto que a Ciência não é pronta e acabada, mas sim, contínua, fruto de pesquisas e mais pesquisas, confronto de ideias e debates.

REFERÊNCIAS

ASSAD, Alessandra. **Usando o Geogebra para analisar os níveis do pensamento geométrico dos alunos do ensino médio na perspectiva de Van Hiele**. 2017. 159f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) - Programa de mestrado profissional em Matemática, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2017.

BOTELHO, Louise Lira Roedel; CUNHA, Cristiano Castro de Almeida; MACEDO, Marcelo. O Método da revisão integrativa nos estudos organizados. **Gestão e Sociedade**, Belo Horizonte, v. 5, n. 11, p. 121-136, maio/ago. 2011.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Coleção de Leis do Império do Brasil de 1827**: Parte Primeira. Rio de Janeiro: Biblioteca da Câmara dos Deputados, 1827.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio - Terceiro Ciclo. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CALDATTO, Marlova Estela; PAVANELLO, Regina Maria. Um panorama histórico do ensino de geometria no Brasil: de 1500 até os dias atuais. **Quadrante**, v. XXIV, n. 1, 2015.

CAMPOS, André Victor Ribeiro de. **Estudo de triângulos e quadriláteros na construção de mosaicos geométricos sob a perspectiva da Teoria de Van Hiele**. 2020. 94f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística, Rio de Janeiro, 2020.

CORDEIRO, Ana Eliza da Silva. **Material didático e o modelo de Van Hiele para a aprendizagem significativa de semelhanças**. 2019. 93 f. Trabalho de Conclusão de Curso - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

COSTA, Anita Martins. **Encadeamentos didáticos baseados na teoria de van hiele: uma proposta de ensino-aprendizagem do conceito formal de convergência de sequências no ensino médio**. 2017. 143f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2017.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

COSTA, Neusa de Fátima Gonçalves. **A dificuldade no aprendizado de Geometria.** 2020. 42f. Monografia (Especialização em ensino de ciências) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2020.

DOMINGOS, Jailson. **Um estudo sobre polígonos a partir dos princípios de Van Hiele.** 2010. 272f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2010.

FERREIRA, Fabrício Eduardo. **Ensino e aprendizagem de poliedros regulares via a teoria de Van Hiele com origami.** 2013. 94f Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2013.

GOÉS, Benedito Heronizio Pimentel. **Um enfoque construtivista de retas paralelas e perpendiculares e suas aplicações sob o ponto de vista da teoria de Van Hiele.** 2017. 89f. Dissertação (Mestrado) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Amapá, Macapá, 2017.

KAUARK, Fabiana da Silva; MANHÃES, Fernanda Castro; MEDEIROS, Carlos Henrique. **Metodologia da pesquisa:** Um guia prático. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

LANHOSO, Lionel Batista. **Análise dos níveis do pensamento geométrico dos estudantes ingressantes em um curso de licenciatura em matemática na perspectiva de Van Hiele.** 2020. 156f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2020.

LEIVAS, José Carlos Pinto. **Pitágoras e Van Hiele:** uma possibilidade de conexão. Santa Maria: Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, 2012. p. 643-655.

MARTINS, Erickson Nunes. **Uma abordagem construtivista do Teorema de Tales sob a perspectiva da Teoria de Van Hiele.** 2014. 84f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Curso de Pós-graduação em Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, 2014.

MARTINS, Vincente. **A Lei 15 de Outubro de 1827.** 2007. 172f. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MONTEIRO, Ivan Alves. **O desenvolvimento histórico do ensino de Geometria no Brasil.** Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Instituto de Biociências exatas. Unesp-SP, 2015.

NAGATA, Rosenilda de Souza. **Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: o aprendizado do conteúdo de polígonos numa perspectiva do modelo Van Hiele.** 2016. 120f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

PROVANOVA, C. C.; FREITAS, E. F. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas de pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Universidade Feevale, 2013.

SANTOS, Daniel Matias et al. Revisão de estudos sobre a teoria de Van Hiele. **RECIMA21 - Revista Científica Multidisciplinar**, v. 4, n. 7, p. e473593, 2023. DOI: 10.47820/recima21.v4i7.3593. Disponível em: <https://recima21.com.br/index.php/recima21/article/view/3593>. Acesso em: 21 jul. 2023.



RECIMA21 - REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR ISSN 2675-6218

UM ESTUDO SOBRE O PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO ENSINO MÉDIO À LUZ DO MODELO DE VAN HIELE EM
UMA ESCOLA PÚBLICA DO ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE MOJU/PA
Daniel Matias Santos, Jackson Euler Viana Cruz, Márcio Jose Silva

SANTOS, Daniel Matias et al. TEORIA DE VAN HIELE: SEUS DESDOBRAMENTOS NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA. **RECIMA21 - Revista Científica Multidisciplinar**, v. 4, n. 9, p. e493837. <https://doi.org/10.47820/recima21.v4i9.3837>

SANTOS, Fernando Tranquilino Marques dos. **Efeitos da utilização do software régua & compasso no avanço dos níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele**. 2016. 168f. Dissertação (Mestrado) - Programa de pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SANTOS, Marcele da Silva. **O ensino de Geometria e a Teoria de Van Hiele: Uma abordagem através do laboratório de Matemática no 8º ano da educação básica**. 2016. 308f. Dissertação (Mestrado em Práticas de educação básica) – Pró-Reitoria de pós-graduação, pesquisa, extensão e cultura, Colégio Pedro II, Rio de Janeiro, 2016.

SANTOS, Rudinei Alves dos. **Poliedros de Platão: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico**. 2014. 99f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa De Pós-graduação Matemática, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2014.

SILVA, Eber Oliveira. **Geometria Espacial na EJA: Uma Proposta de ensino à luz do Modelo van Hiele com auxílio do Software de Geometria Dinâmica Geogebra**. 2021. 186f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2021.

SILVA, Toni Aldenis Ferreira. **Área de figuras planas: Uma abordagem segundo o Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico no 7º ano do ensino fundamental**. 2018. 89f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2018.

SOUZA, Marcela Tavares; SILVA, Michelly Dias; CARVALHO, Rachel de. Revisão integrativa: o que é e como fazer. **Einsten**, v. 8, n. 1, jan./mar. 2010.

SOUZA, Patrícia Priscilla Ferraz da Costa. **O desenvolvimento do Pensamento Geométrico: Uma proposta de recurso didático por meio da HQ**. 2018. 146f. Dissertação (Mestrado) - Programa de pós-graduação em docência para a educação básica, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Bauru, 2018.

VIDIGAL, Sônia Maria Pereira. **Pensamento Geométrico: Da representação do espaço ao espaço de significações**. 2016. 184f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.