v7.n5.2026

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES NA 9ª CLASSE: DESAFIOS E ESTRATÉGIAS PEDAGÓGICAS

RATIONALIZATION OF DENOMINATORS IN 9TH GRADE: CHALLENGES AND PEDAGOGICAL STRATEGIES

RACIONALIZACIÓN DE DENOMINADORES EN EL 9.º GRADO: DESAFÍOS Y ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS

Marcos João Púcuta[1], Pedro Binda Manuel[2], Lúcia da Ressurreição Yeze de Carvalho[3]

e757613
https://doi.org/10.47820/recima21.v7i5.7613
PUBLICAÇÃO: 05/2026

RESUMO
Este artigo analisa os desafios enfrentados por alunos da 9ª classe do Complexo Escolar Privado Horizonte de Oráculos na aprendizagem do conteúdo da racionalização de denominadores, propondo estratégias pedagógicas para superá-los. O estudo investiga as causas dos obstáculos cognitivos dos discentes, fundamentando-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica e na Teoria dos Campos Conceituais, e destaca a importância da aprendizagem significativa aliada a tecnologias digitais como *softwares* matemáticos, calculadoras simbólicas e plataformas interativas, de modo a tornar o conteúdo mais acessível, visual e contextualizado. Como elemento central da Álgebra, a racionalização de denominadores é essencial para simplificar expressões e manipular radicais. Para isso, adotou-se uma abordagem mista, combinando métodos quantitativos e qualitativos por meio de questionários, entrevistas semiestruturadas, análise documental de programa e livro didático de matemática, observação de aulas e tteste pedagógico. A amostra de 46 estudantes, selecionados aleatoriamente, permitiu identificar lacunas na compreensão de conceitos abstratos e limitações na transposição didática pelos docentes. Com base nos resultados, sugerem-se intervenções que exploram erros, promovem progressão gradual de complexidade e integram tecnologias digitais, visando aprimorar o desempenho acadêmico.

PALAVRAS-CHAVE: Racionalização de denominadores. Metodologias ativas. Tecnologias digitais. Registros semióticos. Campos conceituais. Aprendizagem significativa.

ABSTRACT
This article analyzes the challenges faced by 9th grade students at the Horizonte de Oráculos Private School Complex in learning the rationalization of denominators, proposing pedagogical strategies to overcome them. The study investigates the causes of students' cognitive obstacles, based on the Theory of Registers of Semiotic Representation and the Theory of Conceptual Fields. It highlights the importance of meaningful learning combined with digital technologies—such as mathematical software, symbolic calculators, and interactive platforms—to make the content more accessible, visual, and contextualized. As a central element of algebra, rationalizing

[1] Doutor em Ciências Pedagógicas, pela Universidade de Ciências Pedagógicas Enrique José Varona (UCPEJV), Cuba. Área de Especialização: Análise Matemática com Integração das Tecnologias de Informação e Comunicação. Docente do Instituto Superior de Ciências de Educação (ISCED-CABINDA) /Angola.
[2] Doutor em Ciências de Educação, pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Brasil, na especialidade de Educação Matemática. Docente na Escola Superior de Ciências Sociais Artes e Humanidades (ESCISAH) do Zaire/Angola.
[3] Mestre em Ensino da Matemática, pelo Instituto Superior de Ciências da Educação de Cabinda, Angola. Área de Especialização: Ensino da Matemática. Professora de Matemática do Liceu de Cabinda.

denominators is essential for simplifying expressions and manipulating radicals. To this end, a mixed-methods approach was adopted, combining quantitative and qualitative methods through questionnaires, semi-structured interviews, documentary analysis of the syllabus and textbook, classroom observation, and pedagogical testing. The sample of 46 randomly selected students allowed for the identification of gaps in the understanding of abstract concepts and limitations in the didactic transposition by teachers. Based on the results, interventions are suggested that explore errors, promote a gradual progression of complexity, and integrate digital technologies to improve academic performance.

KEYWORDS: *Rationalization of denominators. Active methodologies. Digital technologies. Semiotic registers. Conceptual fields. Meaningful learning.*

RESUMEN
Este artículo analiza los desafíos enfrentados por alumnos de 9.º grado del Complejo Escolar Privado Horizonte de Oráculos en el aprendizaje de la racionalización de denominadores, proponiendo estrategias pedagógicas para superarlos. El estudio investiga las causas de los obstáculos cognitivos de los discentes, fundamentándose en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica y en la Teoría de los Campos Conceptuales, y destaca la importancia del aprendizaje significativo aliado a tecnologías digitales como softwares matemáticos, calculadoras simbólicas y plataformas interactivas para hacer el contenido más accesible, visual y contextualizado. Como elemento central del Álgebra, la racionalización de denominadores es esencial para simplificar expresiones y manipular radicales. Para ello, se adoptó un enfoque mixto, combinando métodos cuantitativos y cualitativos mediante cuestionarios, entrevistas semiestructuradas, análisis documental de programas y libros de texto, observación de clases y test pedagógico. La muestra de 46 estudiantes, seleccionados aleatoriamente, permitió identificar lagunas en la comprensión de conceptos abstractos y limitaciones en la transposición didáctica por parte de los docentes. Con base en los resultados, se sugieren intervenciones que exploran errores, promueven la progresión gradual de la complejidad e integran tecnologías digitales, con el objetivo de mejorar el desempeño acadêmico.

PALABRAS CLAVE: *Racionalización de denominadores. Metodologías activas. Tecnologías digitales. Registros semióticos. Campos conceptuales. Aprendizaje significativo.*

INTRODUÇÃO

A Matemática desempenha um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento lógico, crítico e analítico; no entanto, o seu ensino enfrenta desafios significativos, especialmente em temas abstratos da Álgebra, como a racionalização de denominadores. Este conteúdo é crucial para a simplificação de expressões, a manipulação de radicais e o aprimoramento de habilidades de cálculo, constituindo um requisito essencial para a progressão no Ensino Médio.

Nesse contexto, os números irracionais, expressos na forma de radicais, geralmente surgem nos programas escolares e manuais didáticos a partir do 9º ano do Ensino Fundamental. Desse ponto em diante, passam a integrar o currículo de forma constante e frequente, ainda que, em alguns momentos, apareçam de maneira indireta (Sales e Felice, 2014, p. 462).

Entretanto, nota-se que os autores de livros didáticos nem sempre exploram o significado geométrico de valores como $\sqrt{2}$. Na maioria das vezes, a abordagem restringe-se ao nível algébrico, apresentando o número apenas por sua aproximação decimal ($\sqrt{2} \approx 1{,}4142\ldots$). Essa carência de representação visual e geométrica persiste, inclusive, no Ensino Superior; como aponta Kolman (1998), mesmo quando um número irracional surge como componente de um vetor, raramente há uma preocupação em trabalhar sua interpretação geométrica.

Quanto à estrutura dos manuais, os autores dedicam um espaço variável ao estudo das frações irracionais, cujo foco recai quase exclusivamente sobre radicais no denominador como uma aplicação direta do processo de racionalização (MORI; ONAGA, 2002; BONJORNO et al., 2006; BARROSO, 2006).

Essa realidade reflete-se especificamente no cenário do ensino de Angola, onde a racionalização integra o currículo da 9ª classe do Iº Ciclo do Ensino Secundário. Na prática docente, observa-se que o tema desperta dúvidas e inquietações nos alunos, sobretudo em exercícios e problemas que exigem a aplicação do conjugado do denominador, evidenciando a necessidade de uma abordagem pedagógica mais profunda e menos mecânica.

Essas dificuldades, de ordem conceitual e procedimental, comprometem não somente o desempenho acadêmico, mas também a motivação dos estudantes para com a disciplina.

Esta pesquisa fundamenta-se na necessidade de compreender o rigor e a abstração matemática inerentes à racionalização de denominadores. Tal procedimento é essencial para a padronização de resultados e a simplificação de cálculos, visto que a presença de números irracionais no denominador tem gerado dissonância cognitiva nos alunos.

Formulação do problema

Um estudo exploratório realizado no Complexo Escolar Privado Horizonte de Oráculos revelou lacunas significativas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Observou-se que os discentes apresentam limitações na compreensão teórica do conteúdo, além de entraves técnicos em operações fundamentais da radiciação (adição, subtração, multiplicação e divisão), potenciação e frações. Identificou-se, especificamente, a aplicação incorreta do par conjugado, desde raízes simples a expressões com índices complexos. Adicionalmente, nota-se a ausência de metodologias ativas, elevado número de alunos por turma, o escasso investimento dos docentes na atualização de competências pedagógicas, a carência de supervisão e assistência pedagógica por parte da direção escolar, o que compromete seriamente o acompanhamento direto do desempenho em sala de aula.

A resolução desta problemática exige um esforço conjunto e rigor científico que envolva o Ministério da Educação, o Governo Provincial de Cabinda, gestores escolares, famílias e a sociedade civil. As ações propostas incluem clarificação terminológica e revisão intensiva de pré-requisitos (radicais e produtos notáveis); utilização de exemplos progressivos, partindo do simples ao complexo; incentivo à resolução de exercícios e problemas contextualizados com correções comentadas, promovendo a autonomia do estudante; fortalecimento da fiscalização escolar e promoção de programas de capacitação contínua para o corpo docente.

A análise de erros, sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1995), complementa esse processo. Ao identificar onde os alunos falham na manipulação algébrica, na conversão de registros ou na simplificação, o professor pode intervir para reforçar os esquemas cognitivos, destacando os invariantes operatórios subjacentes ao procedimento. Por exemplo, quando um estudante multiplica incorretamente pelo radical conjugado, é possível explicar novamente o conceito de diferença de quadrados, reforçando o invariante que orienta a ação e mostrando a equivalência entre registros algébricos e simbólicos.

Diante deste cenário, surge a seguinte questão norteadora: Quais são os principais obstáculos enfrentados pelos alunos da 9ª classe no processo de aprendizagem da racionalização de denominadores e como o emprego de metodologias ativas e tecnologias digitais pode contribuir para superá-los?

O domínio da racionalização é crucial para o desenvolvimento do raciocínio lógico e da simplificação de expressões algébricas. No entanto, o diagnóstico pedagógico indica que os alunos enfrentam barreiras conceituais e procedimentais, frequentemente agravadas por deficiências em conteúdos de anos anteriores.

A realização deste estudo justifica-se pela necessidade de identificar as dificuldades reais e as lacunas cognitivas dos estudantes; propor estratégias fundamentadas em metodologias ativas e na integração de tecnologias digitais; apoiar a formação continuada de professores que ministram a disciplina de matemática, promovendo práticas didáticas mais contextualizadas; oferecer subsídios ou bolsas de estudos para pesquisas futuras sobre o ensino de conteúdos abstratos e a melhoria do desempenho escolar em Matemática.

Com o presente artigo, pretende-se analisar os principais desafios enfrentados pelos alunos da 9ª classe na aprendizagem da racionalização de denominadores e propor estratégias pedagógicas que integrem fundamentação teórica, práticas inovadoras e recursos tecnológicos.

A execução deste estudo pautou-se pelos seguintes objetivos específicos:

1. Identificar as lacunas conceituais e os erros procedimentais dos alunos no processo de racionalização de denominadores.

2. Investigar os entraves cognitivos e de Representação Semiótica com base nas teorias de Duval e Vergnaud.
3. Analisar a eficácia das estratégias pedagógicas e da progressão algorítmica do conteúdo atualmente adotadas pelos docentes.
4. Desenvolver estratégias baseadas em metodologias ativas e tecnologias digitais que favoreçam a consolidação do conteúdo e o desempenho discente.

REFERENCIAL TEÓRICO

A fundamentação teórica deste estudo baseia-se em duas abordagens que compreendem a complexidade da aprendizagem matemática: a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval, e a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud.

Além disso, o estudo considera a importância da aprendizagem significativa e da integração de tecnologias digitais, como *softwares* matemáticos, calculadoras simbólicas e plataformas interativas, para tornar o conteúdo mais acessível, visual e contextualizado.

A escolha dessas vertentes justifica-se pela necessidade de analisar o fenômeno da racionalização de denominadores sob uma perspectiva integral.

Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A teoria proposta por Duval (1995) enfatiza que a aprendizagem da Matemática é indissociável da utilização de sistemas de Representação Semiótica, uma vez que os objetos matemáticos (conceitos, funções, números) não são diretamente acessíveis aos sentidos, mas apenas por meio de suas representações. Para este autor, o desenvolvimento cognitivo do aluno ocorre quando ele é capaz de realizar duas operações fundamentais:

Tratamento: Operação realizada dentro de um mesmo registro de representação. No contexto da racionalização, ocorre quando o aluno transforma uma expressão algébrica em outra equivalente, como ao multiplicar o numerador e o denominador pelo par conjugado, mantendo-se na linguagem simbólica.

Conversão: Operação que consiste na mudança de um registro para outro, mantendo a referência ao mesmo objeto matemático. Isso ocorre, por exemplo, ao transitar da representação geométrica de uma área para a sua simplificação algébrica radical.

Na racionalização de denominadores, a dificuldade do aluno frequentemente reside na incapacidade de reconhecer que $\frac{1}{\sqrt{3}}$ e $\frac{\sqrt{3}}{3}$ representam o mesmo número real, embora suas formas semióticas (apresentações que um conceito matemático assume para que se possa visualizá-lo e manipulá-lo) sejam visualmente distintas.

Dessa forma, o domínio do conteúdo não se limita à execução de algoritmos, mas à coordenação de diferentes registros. A falha nessa coordenação impede a apreensão conceitual, resultando no que Duval (1995) denomina como "confusão entre o objeto e sua representação", onde o aluno domina a técnica mecânica, mas não compreende a natureza da operação realizada.

Aplicação da TRRS para análise de erros em racionalização de denominadores

No contexto da racionalização de denominadores, a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) permite distinguir se as limitações dos alunos são de natureza operacional (tratamento) ou conceitual (conversão). Segundo Duval (1995), a aprendizagem da matemática exige a coordenação de diferentes registros de representação, descritos a seguir no âmbito deste conteúdo:

Registros mobilizados na racionalização

Registro algébrico e simbólico: Manipulação de expressões simbólicas ($\sqrt{a},$ frações e operadores). Exige o domínio de propriedades de radicais e produtos notáveis para transformar a expressão sem alterar seu valor.

Estas propriedades facilitam o cálculo de expressões numéricas e equações com raízes. A seguir, apresenta-se como funciona cada uma delas.

Raiz de uma potência: $\sqrt[n]{a^n} = a\ (\ a \geq 0)$.

Cancelamento e simplificação: $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n.p]{a^{m.p}}$(permanece inalterada ao multiplicar índice e expoente pelo mesmo valor p).

Produto de radicais: $\sqrt[n]{a}\,.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$.

Quociente de radicais: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, com\ b > 0$.

Raiz de radical: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$

Potência de radical: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$.

Para multiplicar radicais com índices diferentes, é necessário, primeiro, escrevê-los com o mesmo índice. Esse procedimento baseia-se na propriedade da equivalência (também chamada de Propriedade Fundamental da Radiciação), segundo a qual o valor de uma raiz não se altera quando se multiplicam ou dividem, por um mesmo número natural não nulo, o índice e o expoente do radicando.

A unificação dos índices é importante porque permite comparar, somar ou subtrair radicais. O processo pode ser descrito nas seguintes etapas:

Determine o m.m.c. (mínimo múltiplo comum) entre os índices originais. Este valor será o índice comum para todos os termos.

Para manter a equivalência, o novo expoente de cada radicando deve ser o quociente entre o novo índice e o anterior.

Após reescrever os termos com esses novos parâmetros, multiplica os radicandos sob um único radical comum.

Registro Numérico: Operação com valores concretos que permite verificar a equivalência entre a fração original e a racionalizada.

Registro Visual (GeoGebra/Gráfico): Representação de quantidades na reta numérica ou áreas, auxiliando na visualização da equivalência que a álgebra, por vezes, torna abstrata.

Categorização de Erros e limitações Cognitivas

A análise detalhada dos erros permite identificar em qual etapa o processo cognitivo é interrompido:

Limitações de Tratamento (Manipulação): Ocorrem dentro do registro algébrico. Exemplos incluem multiplicar incorretamente o numerador ou falhar na simplificação do resultado final após a aplicação do conjugado.

Limitações de Conversão e Generalização: O estudante domina casos simples (monômios), mas não consegue transitar para binômios $(a+\sqrt{b})$ ou $(\sqrt{a}-\sqrt{b})$. Isso indica uma incapacidade de converter o esquema cognitivo para estruturas de maior complexidade semiótica.

Erros de Interpretação Simbólica: O aluno faz confusão com sinais em produtos notáveis (como o produto da soma pela diferença)

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ e

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$. Isso reflete uma limitação na compreensão do papel do par conjugado como redutor de radicais

Implicações Pedagógicas e Intervenções

A TRRS fornece um guia que auxilia o docente a organizar intervenções mais precisas, possibilitando:

Exploração da Conversão: Planejar atividades que exijam o trânsito explícito entre as formas numérica, simbólica e gráfica, fortalecendo a compreensão da equivalência.

Progressão de Complexidade: Utilizar exemplos graduais que promovam a internalização de esquemas cognitivos, partindo de raízes simples até índices complexos ($\sqrt{2}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{3}, \ldots$).
Análise Reflexiva do Erro: Transformar o equívoco em objeto de estudo, incentivando os alunos a identificarem em qual registro (algébrico ou simbólico) a falha ocorreu.
Uso de Tecnologias Digitais: Integrar *softwares* matemáticos como o GeoGebra, para tornar acessível e visível a equivalência entre as frações, permitindo que o aluno valide o procedimento algébrico por meio da percepção visual e numérica.

Dessa forma, a aplicação da TRRS na análise de erros vai além do simples diagnóstico de acertos e equívocos, permitindo uma compreensão mais profunda do processo cognitivo do aluno. O enfoque não é apenas "corrigir o erro", mas entender por que ele ocorre, em qual registro a dificuldade se manifesta e como promover intervenções pedagógicas que favoreçam a aprendizagem significativa e duradoura da racionalização de denominadores.

O Quadro abaixo detalha os tipos de erros, registros semióticos envolvidos, descrição e estratégias pedagógicas de intervenção na racionalização de denominadores:

Quadro 1. Síntese dos tipos de erros identificados na TRRS

Tipo de Erro	Registro Semiótico Envolvido	Descrição do Erro	Estratégias de Intervenção
Erro de manipulação algébrica	Algébrico	Multiplica numerador e denominador pelo radical de forma incorreta; aplica produtos notáveis de maneira inadequada.	Exercícios graduais; reforço das propriedades de radicais e produtos notáveis; explicitação passo a passo do algoritmo de racionalização.
Erro de conversão entre registros	Algébrico ↔ Numérico/ Simbólico	Compreende o procedimento em casos numéricos simples, mas não consegue generalizar para expressões com binômios.	Uso de exemplos progressivos, do simples ao complexo; exercícios que promovam a transposição de diferentes registros; discussão coletiva de erros.
Erro de interpretação simbólica	Simbólico	Confusão entre sinais, denominadores e radicais; troca	Atividades de análise de expressões e conjugados; esquemas visuais que

		de sinais mais (+) e menos (−) ao utilizar conjugados.	representem a diferença de quadrados; uso de *softwares* matemáticos como GeoGebra para visualização simbólica.
Erro de simplificação numérica	Algébrico e Numérico	Incapacidade de simplificar fração após multiplicação, extração incorreta de fatores da raiz.	Exercícios de simplificação passo a passo; reforço de propriedades de radicais e frações; validação por cálculo numérico para conferir equivalência.
Erro conceitual sobre radicais	Algébrico/ Simbólico	Não compreende o efeito de multiplicar pelo radical ou conjugado; dificuldade em entender a equivalência da fração.	Revisão conceitual de radicais e frações; atividades de exploração de erros; integração de representações visuais e tecnológicas.
Erro de procedimento	Algébrico e Sequência de Passos.	Segue passos de maneira mecânica, sem compreender a lógica subjacente.	Metodologias ativas: resolução de problemas em grupo, análise de erros; gamificação; atividades que promovam reflexão sobre cada etapa do processo.

Fonte: Elaboração de autoria.

Teoria dos campos conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais, formulada por Gérard Vergnaud (1990), constitui um referencial fundamental para compreender a construção do conhecimento matemático, sobretudo em conteúdos abstratos como a racionalização de denominadores. Essa teoria busca explicar como os alunos desenvolvem esquemas cognitivos e estruturam conceitos complexos a partir de situações-problema, enfatizando a relação entre prática e teoria.

Nesse sentido, a Teoria articula-se diretamente com:

Campos conceituais

Vergnaud (1990) define um campo conceitual como um conjunto de situações-problema relacionadas e os conceitos, propriedades e invariantes operatórios que um estudante deve mobilizar para resolver essas situações. No contexto da racionalização de denominadores, esse campo envolve: manipulação de radicais; aplicação de produtos notáveis; operações com frações; reconhecimento e uso de fatores racionalizantes e transformação de expressões algébricas mantendo equivalência.

A compreensão do campo conceitual permite identificar lacunas e dificuldades estruturais na aprendizagem desse conteúdo, indicando quais conceitos precisam ser fortalecidos para que o aluno avance em níveis de complexidade mais elevados.

Esquemas cognitivos

Um ponto central da teoria é a noção de esquemas cognitivos, que são padrões de ação e pensamento que o estudante desenvolve para operar com conceitos matemáticos. No caso da racionalização de denominadores, os esquemas incluem:

- Reconhecimento do tipo de radical que está no denominador;
- Seleção do fator racionalizante adequado;
- Multiplicação do numerador e denominador;
- Simplificação da fração obtida.

Esses esquemas se desenvolvem progressivamente e se tornam invariantes operatórios, ou seja, princípios de ação que se mantêm aplicáveis a diferentes situações-problema.

Aplicação na análise de erros

A Teoria dos Campos Conceituais auxilia na análise das dificuldades dos discentes ao transformar:

Erros conceituais: falta de compreensão das propriedades de radicais e frações;

Erros procedimentais: aplicação incorreta de multiplicação e simplificação de expressões com radicais;

Limitações na generalização: dificuldade em aplicar o mesmo raciocínio em contextos variados, indicando fragilidade nos esquemas cognitivos.

Contribuição para o ensino

Com base nesta teoria, os professores podem:

- Planejar progressão gradual de complexidade nas atividades;
- Elaborar situações-problema diversificadas, que estimulem a construção de esquemas cognitivos;
- Relacionar novos conceitos matemáticos aos conhecimentos prévios dos alunos;
- Identificar padrões de dificuldades e ajustar estratégias pedagógicas, incluindo metodologias ativas e tecnologias digitais.

Importância da progressão conceitual e das situações-problema

A aprendizagem da racionalização de denominadores exige mais do que a memorização de algoritmos; requer compreensão conceitual profunda e capacidade de aplicação em diferentes contextos. Nesse sentido, a progressão conceitual desempenha papel central, pois organiza o ensino de forma que os alunos construam o conhecimento de maneira gradual, consolidando pré-requisitos essenciais antes de avançar para níveis mais complexos.

A progressão conceitual deve partir de elementos fundamentais da Álgebra, como operações com radicais, propriedades de potências, produtos notáveis e simplificação de frações, garantindo que o aluno possua esquemas cognitivos sólidos antes de lidar com expressões mais complexas que envolvam binômios com radicais. Essa abordagem está alinhada à Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990), que enfatiza que os conceitos matemáticos se estruturam em redes de situações, invariantes e esquemas de ação. Nesse sentido, os campos conceituais e os esquemas cognitivos definidos por Vergnaud oferecem a base teórica para organizar a progressão do ensino, mostrando que aprender um conceito abstrato não significa apenas aplicar uma regra, mas construir estruturas mentais que permitam identificar invariantes e relacionar diferentes situações-problema.

Nesse contexto, as situações-problema configuram-se como ferramenta pedagógica fundamental, atuando como o motor para a mobilização de conhecimentos prévios e a construção de novos esquemas cognitivos. Para que o aluno não se limite a memorizar o algoritmo da racionalização, a situação-problema deve ser elaborada de modo a:

- Provocar Desequilíbrio Cognitivo: Desafiar o estudante a resolver expressões algébricas onde a presença do radical no denominador impede a continuidade de uma soma ou comparação, tornando a racionalização uma necessidade lógica e não somente uma imposição mecânica.
- Contextualizar a Teoria dos Campos Conceituais: Segundo Vergnaud (1990), o conhecimento é formado por meio de situações. Ao apresentar a racionalização de denominadores inserida em problemas de geometria (como o cálculo da hipotenusa

ou simplificação de razões trigonométricas), o professor permite que o aluno atribua significado aos conceitos de radicais e frações.

- Estimular a Transposição Didática: A situação-problema serve como ponte entre o saber científico e o saber escolar, permitindo que o discente identifique as invariantes operatórias necessárias para manipular o par conjugado em diferentes níveis de complexidade.

As situações-problema favorecem a aprendizagem ativa, pois os alunos são incentivados a investigar, testar hipóteses e justificar escolhas, transformando erros em oportunidades de aprendizagem. A aprendizagem é um processo ativo e social que ocorre melhor em ambientes centrados no aluno, nos quais os professores assumem papéis facilitadores para orientar os estudantes em indagações significativas, em que as atividades construtoras de conhecimento são balanceadas com o uso sensato da prática orientada e da instrução direta. Novas competências, como as habilidades de colaborar, reconhecer e analisar problemas com sistemas, de adquirir e utilizar grandes quantidades de informação e de aplicar a tecnologia na solução de problemas do mundo real são resultados valorizados (SANDHOLTZ, RINGSTAFF, DWYER, 1997, p.174).

A racionalização consiste em transformar uma expressão irracional em uma forma equivalente racional.

A racionalização de denominadores é uma técnica matemática que consiste em multiplicar os termos de uma fração por um fator racionalizante (ou conjugado), resultando em uma fração equivalente sem radicais no divisor. Esse procedimento exige a competência de transitar entre distintos registros semióticos - algébrico, simbólico e numérico. Nesse sentido, situações-problema bem elaboradas fomentam tais transições de modo contextualizado, auxiliando o discente na articulação entre processos mecânicos e conceitos teóricos.

A progressão conceitual aliada às situações-problema também permite integrar tecnologias digitais no processo de ensino. *Softwares* como GeoGebra, aplicativos de manipulação de radicais ou plataformas interativas permitem criar problemas dinâmicos, em que os alunos visualizam o efeito de multiplicar por conjugados ou radicais e verificam a equivalência das frações. Esse tipo de recurso reforça a compreensão conceitual e facilita a transição entre registros semióticos, tornando o aprendizado mais concreto, acessível e visual.

A perspectiva da teoria dos campos conceituais

De acordo com Vergnaud (1990), o domínio de um conceito matemático emerge da interação entre três pilares fundamentais:

- Situações-Problema: O conjunto de tarefas que dão sentido ao conceito. Na racionalização de denominadores, são os desafios que exigem a eliminação de radicais para viabilizar cálculos ou simplificações.
- Invariantes Operatórios: O núcleo conceitual que orienta a ação do aluno. Funcionam como regras implícitas (conhecimentos em ação) que garantem a coerência do raciocínio, como o princípio de que multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número real mantém a equivalência da fração.
- Representações Cognitivas: As formas simbólicas e linguísticas que o aluno utiliza para processar e comunicar o saber matemático.

Nesse sentido, o aprendizado da racionalização de denominadores ocorre quando o estudante estabiliza esses invariantes, tornando-se capaz de reconhecer a estrutura do problema independentemente da variação dos números ou dos índices das raízes envolvidas.

Aprendizagem significativa e metodologias ativas na Matemática

A aprendizagem matemática tradicional, baseada na memorização de fórmulas e execução mecânica de procedimentos, frequentemente resulta em dificuldades conceituais e baixa motivação por parte dos discentes. Em conteúdos abstratos, como a racionalização de denominadores, esse modelo se mostra insuficiente, pois os estudantes tendem a reproduzir algoritmos sem compreender a lógica subjacente, o que compromete o desenvolvimento de seus esquemas cognitivos e de competências matemáticas essenciais.

A teoria da aprendizagem significativa, proposta por psicólogo da educação norte-americano Ausubel (1968), enfatiza que o conhecimento só é efetivamente internalizado quando o aluno consegue relacionar novos conceitos a conhecimentos prévios de forma lógica e estruturada.

Nessa perspectiva, as metodologias ativas favorecem esse processo ao incentivar os estudantes a mobilizar conhecimentos já adquiridos para compreender novos conteúdos e resolver problemas (Ausubel, 2003).

No caso da racionalização de denominadores, isso implica que o discente compreenda a relação entre radicais, frações e produtos notáveis, reconhecendo que a racionalização não é um procedimento isolado, mas uma operação que preserva a equivalência e facilita a manipulação de expressões algébricas ou numéricas.

Para promover essa aprendizagem, as metodologias ativas têm-se mostrado altamente eficazes, pois rompem com o ensino meramente transmissivo. Nessa vertente, Diesel, Baldez e Martins (2017) afirmam que as metodologias ativas da aprendizagem contribuem de forma significativa na construção da autonomia do estudante, pois favorece o sentimento de participação e abre inúmeros caminhos para o desenvolvimento do conhecimento de forma efetiva.

Segundo Bacich e Moran (2018), as metodologias ativas favorecem aprendizagem flexível, interligada e híbrida, permitindo ao professor articular teoria, prática e tecnologia de maneira eficaz. No ensino da racionalização de denominadores, essa abordagem promove não apenas a execução correta de algoritmos, mas a compreensão conceitual, o pensamento crítico e a autonomia dos estudantes, elementos essenciais para o sucesso no Ensino Médio.

Além disso, pesquisas demonstram que alunos expostos a metodologias ativas apresentam maior engajamento e melhor desempenho acadêmico.

Ao colocarem o discente como agente central do processo, essas metodologias incentivam a investigação e a experimentação, permitindo que ele mobilize conhecimentos prévios e desenvolva autonomia para resolver problemas complexos, que envolvem a racionalização de denominadores. Entre essas metodologias mais relevantes para o ensino desse conteúdo destacam-se:

Resolução de problemas contextualizados: O professor propõe exercícios que conectam a racionalização a situações do cotidiano ou a problemas matemáticos mais amplos. Essa prática permite que o aluno compreenda o sentido da operação, internalizando invariantes operatórios e fortalecendo esquemas cognitivos.

Aprendizagem colaborativa: O trabalho em grupo estimula o diálogo e a troca de estratégias, promovendo a construção coletiva do conhecimento. A interação entre pares possibilita que erros sejam discutidos e compreendidos, transformando dificuldades em oportunidades de aprendizagem.

Gamificação e uso de tecnologias digitais: Jogos matemáticos, aplicativos interativos e *softwares* como GeoGebra tornam a manipulação de radicais e frações mais visual e concreta. A gamificação aumenta o engajamento dos estudantes na aprendizagem desse tema, permite experimentação segura e facilita a transição entre registros semióticos (algébrico, simbólico e numérico).

Análise de erros como ferramenta pedagógica: A discussão de equívocos em sala de aula ajuda o discente a identificar lacunas conceituais, entender a lógica do procedimento e consolidar a aprendizagem significativa.

Assim, a implementação dessas aprendizagens no ensino da racionalização de denominadores é fundamental para garantir que os alunos da 9ª classe desenvolvam compreensão profunda, autonomia e habilidades de raciocínio matemático, alinhando teoria, prática e inovação pedagógica.

Uso de tecnologias digitais no ensino da Matemática

O ensino da Matemática tem-se beneficiado significativamente da integração de tecnologias digitais, que possibilitam a visualização, experimentação numérica e exploração de conceitos abstratos de forma interativa e contextualizada. No caso da racionalização de denominadores, a presença de radicais, frações e produtos notáveis representa um desafio conceitual que muitas vezes não é compreendido apenas por meio de explicações tradicionais ou exercícios escritos.

A tecnologia é vista como um catalisador e uma ferramenta que reativa a empolgação de professores e estudantes pelo aprender e que torna a aprendizagem mais relevante ao século XXI. Os alunos precisam de um acesso adequado à ela, incluindo máquinas na sala de aula e recursos portáteis adicionais que possam ser compartilhados entre as classes. A tecnologia é melhor aprendida no contexto de tarefas significativas (SANDHOLTZ, RINGSTAFF, DWYER,1997, p.174).

As tecnologias digitais oferecem ferramentas que transformam a aprendizagem, permitindo ao estudantes transitar entre registros semióticos algébrico, simbólico, gráfico e numérico, conforme proposto pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1995). Isso é essencial para esse conteúdo em que a compreensão exige a manipulação e a conversão entre diferentes formas de representação matemática.

Moran (2015) enfatiza que a efetividade das tecnologias digitais depende do planejamento pedagógico e da mediação docente. Não se trata apenas de disponibilizar recursos, mas de integrá-los estrategicamente ao processo de ensino, de modo a apoiar a aprendizagem significativa e o desenvolvimento de esquemas cognitivos estáveis.

No ensino da racionalização de denominadores, pode-se utilizar:

Softwares Matemáticos (GeoGebra, Maple, Mathematica etc): Permitem a construção de representações visuais de radicais e frações, mostrando de forma dinâmica como a multiplicação pelo conjugado ou por um radical transforma a expressão. Facilitam a exploração de invariantes operatórios, reforçando a compreensão conceitual e reduzindo erros procedimentais.

Softwares como GeoGebra e calculadoras simbólicas permitem que o aluno visualize a transformação da fração original em sua forma racionalizada, observando simultaneamente múltiplos registros (numérico, algébrico, simbólico) e reconhecendo padrões que se repetem justamente os invariantes operatórios que orientam a ação. Essa abordagem promove aprendizagem significativa, consolidando a compreensão conceitual e a autonomia na resolução de exercícios e problemas.

Calculadoras simbólicas (Casio ClassPad): permitem ao estudante realizar cálculos complexos, validar resultados e focar na lógica da racionalização em vez do esforço mecânico de cálculo manual. Ajudam a comparar diferentes formas de uma fração, evidenciando a equivalência entre registros numéricos e algébricos.

Plataformas interativas e gamificação: Estimulam o engajamento e a participação ativa, promovendo aprendizagem significativa por meio de desafios, e exercícios adaptativos. Possibilitam a aprendizagem colaborativa, integrando alunos em atividades que incentivam o raciocínio, a argumentação e a troca de estratégias.

Recursos multimídia (vídeos, animações, simulações): Permitem que conceitos abstratos, como o quadrado da soma, o quadrado da diferença, a diferença de quadrados ou o efeito de multiplicar pelo conjugado, sejam visualizados de forma dinâmica, facilitando a compreensão. Favorecem a contextualização, mostrando aplicações práticas da racionalização de denominadores em problemas do cotidiano e em outras áreas da Matemática.

Dessa forma, a tecnologia não é apenas um recurso de apoio, mas um componente estratégico da prática pedagógica, que transforma a experiência de aprendizagem da Matemática e superar barreiras conceituais comuns nos discentes da 9ª classe.

MÉTODOS

O método deste estudo caracteriza-se por uma abordagem mista, integrando procedimentos quantitativos e qualitativos para sustentar a investigação de forma abrangente. Essa combinação possibilita não apenas a mensuração da incidência de dificuldades na racionalização de denominadores, mas também a compreensão dos aspectos subjetivos dos processos de ensino-aprendizagem.

A estruturação metodológica pautou-se em:

- Perspectiva Quantitativa: Voltada à coleta e análise estatística de dados sobre o desempenho acadêmico, permitindo identificar padrões de erros e a frequência de obstáculos procedimentais.
- Perspectiva Qualitativa: Centrada na análise fenomenológica das estratégias pedagógicas e na compreensão dos esquemas cognitivos mobilizados pelos estudantes e docentes.

A articulação de diferentes procedimentos científicos garante a validade dos resultados, possibilitando uma avaliação precisa da eficácia das intervenções pedagógicas propostas e a fundamentação de estratégias para superar as lacunas identificadas nos alunos da 9ª classe do Complexo Escolar Privado Horizontes de Oráculos.

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

Caracterização da Pesquisa

O estudo adota uma abordagem Mista (Quali-Quantitativa), articulando finalidades exploratórias e descritivas:

Abordagem exploratória: serviu para introduzir o tema por meio de situações-problema, levando os estudantes a testar estratégias e descobrir formas de eliminar o radical, compreendendo sua utilidade.

Abordagem descritiva: Sistematizou o conteúdo com regras e procedimentos claros, incluindo o uso de conjugados, garantindo a aplicação correta do método.

Abordagem mista: Combinou exploração e explicação, permitindo que os alunos compreendessem o conceito e aplicassem a racionalização de forma eficaz.

Caracterização da População e da Amostra

A delimitação do grupo participante é essencial para contextualizar o alcance dos resultados e a validade das inferências realizadas nesta pesquisa.

A população compreende o universo total de 93 de sujeitos diretamente ligados ao processo de ensino-aprendizagem da disciplina de Matemática na 9ª Classe da instituição selecionada.

A distribuição da população estudada evidencia clara predominância dos alunos, que representam 92% do total, enquanto os professores correspondem a apenas 8%. O Quadro 1, detalha essas proporções, facilitando a visualização comparativa. Essa composição ressalta a maior representatividade do corpo discente na pesquisa.

Tabela 1. Distribuição da População

População	**Quantidade (n)**	**Porcentagem (%)**
Professores	7	8%
Alunos	86	92%
Total	**93**	**100**

Fonte: Pesquisa do campo do ano acadêmico 2025/2026.

A partir do universo populacional, delimitou-se uma amostra composta por 46 estudantes do referido Complexo Escolar. A seleção foi realizada por conveniência, considerando os alunos disponíveis e acessíveis no contexto institucional no momento da coleta de dados.

A configuração da amostra revela um predomínio do sexo masculino, que compõe 65% dos respondentes, enquanto o sexo feminino representa 35%, conforme detalhado no Quadro 2:

Quadro 2. Distribuição da Amostra

Género	Quantidade (n)	Porcentagem (%)
Masculino	30	65 %
Feminino	16	35%
Total	**46**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa.

A inclusão de ambos os gêneros enriquece a análise, permitindo captar diferentes experiências e expectativas relacionadas à aprendizagem da Matemática. Essa pluralidade fortalece a consistência da investigação, assegurando que a interpretação dos resultados considere as dimensões cognitivas e procedimentais sob distintas perspectivas, o que confere maior robustez ao diagnóstico das dificuldades na racionalização de denominadores.

Instrumentos de Coleta de Dados

Para possibilitar a triangulação de dados, os instrumentos foram selecionados de forma a registrar tanto a performance técnica quanto a percepção pedagógica dos participantes:

Entrevistas semiestruturadas: com professores de Matemática da 9ª classe, permitindo captar informações sobre o ensino da racionalização de denominadores e as dificuldades dos alunos na sua aprendizagem.

Análise documental: possibilitou analisar o livro didático e o programa de Matemática da 9ª classe, fornecendo dados concretos sobre conteúdos, habilidades e sugestões metodológicas.

Questionários: aplicados aos professores, que permitiram obter informações adicionais sobre o tema, com o objetivo de analisar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes.

Observação das aulas: realizada com o objetivo de identificar e analisar as dificuldades dos alunos na resolução de exercícios e problemas relacionados à racionalização de denominadores, bem como avaliar seu nível de engajamento.

Recurso pedagógico: composto por questões que avaliaram o conhecimento conceitual (racionalização, radiciação e conjugado) e a capacidade de análise de expressões algébricas. Esse instrumento permitiu identificar os erros mais recorrentes cometidos pelos discentes na racionalização de denominadores.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, apresentam-se os resultados organizados em categorias temáticas, seguidos de uma discussão crítica que relaciona as constatações empíricas aos referenciais teóricos e às práticas pedagógicas contemporâneas. O objetivo é compreender não apenas as limitações conceituais e procedimentais dos estudantes, mas também avaliar a eficácia das metodologias adotadas e propor caminhos e soluções para o aprimoramento do ensino da Matemática nesse contexto específico.

Entrevista Semiestruturada

Nas entrevistas com docentes, foram colocadas as seguintes questões:

1. Quais são as principais dificuldades que os alunos da 9ª classe demonstram ao resolver exercícios e problemas de racionalização de denominadores?

Nessa pergunta, os professores apontaram como obstáculos centrais:

- Incompreensão do conceito de conjugado;
- Confusão entre radiciação e racionalização;
- Erros frequentes na simplificação de expressões, em produtos notáveis, de cálculo algébrico e ao organizar o processo de resolução;
- Dificuldade em perceber a aplicação prática do conteúdo, o que gera desmotivação.

2. De que forma os docentes têm abordado o ensino da racionalização de denominadores em sala de aula, e quais metodologias consideram mais eficazes?

Para superar essas dificuldades, os professores têm recorrido a:

- Explicações passo a passo, com exemplos graduais;
- Exercícios progressivos, do mais simples ao complexo;
- Resolução coletiva de problemas contextualizados do cotidiano dos alunos, incentivando participação ativa.

3. Na sua experiência, quais erros conceituais ou procedimentais aparecem com maior frequência entre os alunos ao trabalhar com radicais e denominadores das frações?

Segundo os entrevistados, os equívocos mais comuns incluem:

- Multiplicação incorreta pelo conjugado;
- Uso inadequado das propriedades dos radicais;
- Simplificações incompletas, mantendo denominadores irracionais.

4. Que estratégias pedagógicas têm sido utilizadas para tornar o ensino da racionalização mais acessível e significativo para os estudantes?

Os professores relataram a adoção de:

- Metodologias ativas, como trabalho em grupo e discussão de erros;
- Análise de erros;
- Prática guiada e gradual;
- Gamificação e uso de jogos matemáticos para tornar o conteúdo atrativo;
- Exploração de situações do cotidiano para contextualizar a racionalização.

5. Como a utilização de recursos tecnológicos (*softwares* matemáticos, calculadoras simbólicas ou aplicativos) pode contribuir para superar as dificuldades nesse conteúdo?

A tecnologia pode ser utilizada como apoio ao processo de ensino, por meio:

- de *softwares* matemáticos e calculadoras simbólicas para validar cálculos e reduzir sobrecarga cognitiva;
- de aplicativos interativos que simulam operações e aumentam o engajamento.

No contexto do ensino em Angola, observa-se a ausência da utilização de tecnologias nas salas de aula. Isso ocorre devido à falta de condições adequadas, como equipamentos e recursos digitais. A infraestrutura inadequada e a ausência de suporte institucional também dificultam sua integração. Como consequência, os docentes seguem mantendo práticas tradicionais, sem recorrer a ferramentas capazes de enriquecer o ensino. Essa situação evidencia a necessidade de estratégias que possibilitem o uso efetivo da tecnologia na aprendizagem.

O uso de tecnologias em sala de aula é uma alternativa que busca melhorar o processo de ensino e aprendizagem da matemática (Henz, 2008, p.8).

6. Quais sugestões metodológicas poderiam ser implementadas para melhorar o desempenho dos alunos e promover maior engajamento no estudo da racionalização de denominadores?

Os professores sugeriram:

- Relacionar o conteúdo com problemas práticos e experiências reais dos alunos;
- Promover atividades colaborativas para estimular a troca de raciocínios;
- Investir em formação continuada dos professores para uso crítico das tecnologias digitais.

A distribuição da faixa etária dos docentes entrevistados evidencia um perfil predominantemente jovem, em plena fase de desenvolvimento profissional, conforme detalhado no Quadro 3.

Quadro 3. Faixa Etária dos Respondentes

Faixa etária	Masculino (n)	Feminino (n)	Total	Porcentagem
21-25 anos	2	0	2	28,57%
25-30 anos	1	1	2	28,57%
30-35 anos	2	1	3	42,85%
Total	**5**	**2**	**7**	100%

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se que a faixa etária predominante situa-se entre 30 e 35 anos, abrangendo aproximadamente $42{,}85\ \%$ dos respondentes. Este dado caracteriza a amostra como um grupo adulto em estágio intermediário de carreira, o que pode influenciar a abertura para novas metodologias ativas. A segunda faixa mais representativa compreende os jovens docentes entre 21 e 25 anos (28,5%), composta exclusivamente por homens.

A disparidade de gênero observada na amostra, com forte predominância masculina, é um reflexo direto do histórico de formação na província de Cabinda. O número reduzido de formandas no curso de Ensino da Matemática do Instituto Superior de Ciências da Educação de Cabinda (ISCED) repercute diretamente na composição do quadro docente das instituições locais, justificando a menor representatividade feminina nesta investigação.

Teste diagnóstico

O teste diagnóstico aplicado aos 46 alunos da 9ª classe teve como objetivo avaliar o nível de domínio da racionalização de denominadores, identificando tanto a compreensão conceitual quanto a execução procedimental dos exercícios e problema. A análise quantitativa permitiu medir a frequência de questões corretas e incorretas, evidenciando padrões de dificuldade e lacunas na aprendizagem.

O teste incluiu as seguintes perguntas:

1- O que entende por racionalização de denominador de uma fração.

2- Racionalize os denominadores das seguintes expressões:

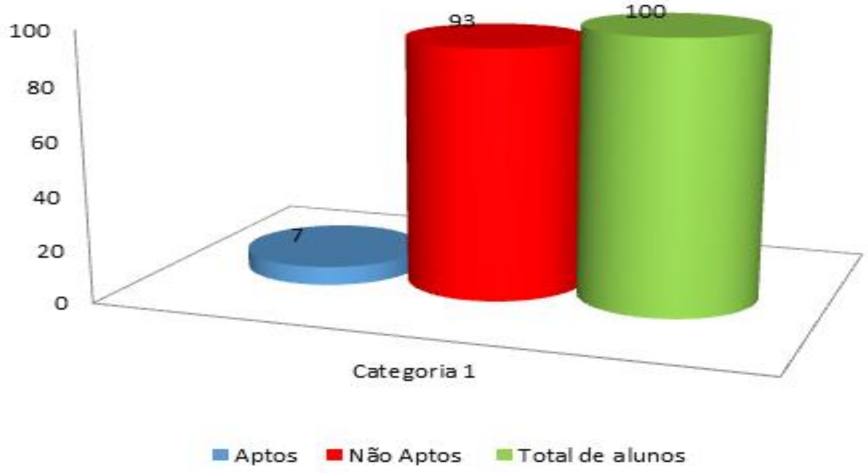
a) $\frac{5}{\sqrt{7}}$

b) $\frac{8}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

3- Um arquiteto precisa determinar a altura de uma parede triangular, expressa pela fração $\frac{12}{\sqrt{2}}$ metros. Qual é o valor dessa altura após a racionalização do denominador?

Os resultados obtidos são ilustrados no gráfico abaixo.

Gráfico 1. Resultados do teste de diagnóstico



Fonte: Feito no Microsoft Excel.

Os dados estatísticos indicam que 93% dos estudantes não conseguiram resolver exercícios e problema relacionados a racionalização de denominadores nem definir corretamente o conceito, enquanto apenas 7% demonstraram algum domínio do conteúdo. Para racionalizar o denominador de uma fração, geralmente se utiliza uma fatoração clássica, também denominada produto notável; contudo, há uma infinidade de frações cujo denominador não se adapta a esse tipo de procedimento (Pessoa e Rodrigo, 2018, p. 54). As fórmulas mais conhecidas de racionalização de denominadores recorrem a fatorações algébricas clássicas, aplicando-as nos casos em que o denominador possui uma determinada raiz (Pessoa e Rodrigo, 2018, p. 53).

Esses resultados, ilustrados no gráfico, evidenciam uma lacuna significativa na aprendizagem, confirmando que o tema apresenta elevada complexidade para os estudantes da 9ª classe. Diante dessas dificuldades, torna-se imperativo que os professores adotem estratégias de aprendizagem ativa articuladas ao uso de tecnologias digitais. Nesse sentido, Bacich e Moran (2018, p. 42) sustentam que integrar currículo, metodologias ativas e tecnologias significa repensar “a própria essência do processo educativo”, superando a fragmentação e abrindo caminho para práticas mais conectadas e significativas. Tal articulação constitui uma exigência contemporânea, uma vez que as transformações sociotécnicas atuais ampliam os modos de aprender e de constituir saberes. A eficácia dessa abordagem é corroborada por Freeman et al.

(2014), que enfatizam que o uso de estratégias ativas pode reduzir significativamente as taxas de reprovação, além de potencializar o desempenho em avaliações acadêmicas. Sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1995), a dificuldade observada nos alunos pode ser compreendida como resultado da incapacidade de operar e converter entre diferentes registros matemáticos, como o algébrico, o simbólico e o numérico.”

Dessa forma, verifica-se que muitos erros não decorrem meramente da falta de atenção ou de prática, mas sim da barreira cognitiva em compreender e transitar entre as representações necessárias para o domínio da racionalização de denominadores.

Além disso, a análise sob a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990) reforça a ideia de que a racionalização de denominadores não deve ser ensinada isoladamente. O conceito está inserido em um campo que envolve radicais, frações e expressões algébricas, e sua compreensão depende da mobilização de esquemas cognitivos consolidados em diferentes situações-problema. Os resultados indicam que os alunos não consolidaram os esquemas cognitivos e invariantes operatórios indispensáveis para enfrentar tais situações de forma consistente.

Assim, os dados do diagnóstico confirmam a necessidade de implementar estratégias pedagógicas que promovam a articulação entre diferentes registros de representação e a construção progressiva dos conceitos dentro de contextos variados. Intervenções que integrem explicações claras, exercícios e problemas contextualizados e múltiplas formas de representação podem favorecer a internalização do conteúdo, reduzir erros e aumentar o domínio da racionalização de denominadores entre os alunos da 9ª classe.

Análise do desempenho e níveis de complexidade

Os dados obtidos revelam que a racionalização de denominadores constitui um conteúdo de alta complexidade para os estudantes. Esta situação decorre de uma sobreposição de fatores: lacunas conceituais em conteúdos basilares (radicais, frações e produtos notáveis) e obstáculos na transposição entre registros semióticos especificamente na coordenação entre os sistemas simbólico, numérico, gráfico e verbal.

Para aprofundar essa compreensão, o desempenho foi estratificado em três níveis de complexidade, permitindo identificar onde o esquema cognitivo do aluno é interrompido:

Nível I: Complexidade Básica (Monômios)

- Foco: Racionalização de frações com raízes quadradas simples no denominador (ex: $\frac{k}{\sqrt{a}}$).

- Dificuldade observada: Limitações no tratamento algébrico elementar, onde o aluno identifica o fator racionalizante, mas comete erros na multiplicação de numeradores.

Nível II: Complexidade Intermediária (Índices Superiores)

- Foco: Radicais com índices maiores que dois (ex: $\sqrt[3]{a}$).
- Dificuldade observada: Conflito entre registros. O discente tenta aplicar o algoritmo da raiz quadrada (repetir o radical) sem ajustar o expoente interno, demonstrando falta de invariante operatório sobre as propriedades de potências.

Nível III: Complexidade Avançada (Binómios)

- Foco: Denominadores compostos por somas ou subtrações envolvendo radicais

(ex: $\frac{k}{a+\sqrt{b}}, \frac{k}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$).

- Dificuldade observada: Ruptura total na conversão semiótica. A necessidade de mobilizar produtos notáveis (par conjugado) exige uma coordenação simultânea de múltiplos registros, o que frequentemente excede a capacidade de processamento cognitivo do aluno no estágio atual.

Observadas de aulas

As aulas observadas mostram a predominância de um modelo tradicional, centrado na exposição do conteúdo e na resolução de exercícios no quadro, com pouca contextualização. Poucos docentes utilizam atividades graduais, iniciando com radicais simples e avançando para binômios.

A análise de erros é limitada, restringindo-se, muitas vezes, à correção das respostas, sem explorar as causas dos equívocos. Além disso, não se observou o uso de tecnologias digitais, calculadoras ou *softwares* matemáticos, como o GeoGebra, que poderiam favorecer a compreensão por meio de recursos visuais e interativos.

As metodologias ativas e colaborativas também são pouco utilizadas, o que limita a construção coletiva do conhecimento e dificulta uma aprendizagem mais significativa.

Estratégias Pedagógicas para a Superação de Dificuldades dos estudantes

As estratégias pedagógicas consistem em métodos e ações planejadas para facilitar a transposição didática, organizando o ensino de forma que a racionalização de denominadores deixe de ser um processo mecânico e se torne uma habilidade consolidada e compreendida pelos alunos.

A seguir, apresentam-se as principais abordagens para mitigar as dificuldades dos discentes da 9ª classe:

Contextualização do Significado Matemático

Contextualizar o conteúdo significa explicar o "porquê" por trás dos procedimentos, promovendo a compreensão conceitual em vez da mera memorização técnica.

O Objetivo da racionalização

A racionalização de denominadores visa transformar uma fração que possui um radical no denominador em uma forma equivalente, mais simples e padronizada. Esse processo facilita:

- A execução de cálculos manuais e algoritmos de divisão;
- A comparação entre diferentes frações;
- A interpretação e a comunicação de resultados matemáticos.

Aplicação didática

A contextualização deve envolver situações-problema concretas que permitam ao estudante perceber a utilidade da racionalização em situações reais ou em outras áreas da Matemática, tais como:

- Geometria**:** No cálculo de razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente);
- Álgebra: Na simplificação de fórmulas e resolução de equações;
- Cálculo: Na manipulação de limites e funções.

Consolidação de Conhecimentos Prévios

A racionalização de denominadores depende diretamente de competências anteriores que devem ser revisitadas e fortalecidas antes da introdução do conteúdo:

- Propriedades de Potências e Radicais: conhecimento essencial para manipular corretamente os radicandos e compreender a operação de elevar ao quadrado ou ao cubo;
- Operações com Frações: saber multiplicar numerador e denominador de forma correta é fundamental para que o procedimento preserve a equivalência;
- Produtos Notáveis: entender a diferença de quadrados, o quadrado da soma e o quadrado da diferença permite aplicar o conjugado corretamente em binômios com radicais;
- Interpretação Algébrica: capacidade de analisar e transformar expressões, reconhecendo padrões e relações matemáticas, base para a conversão de registros semióticos.

A progressão gradual desses conceitos, iniciando com radicais simples, passando para coeficientes e binômios, é essencial para evitar sobrecarga cognitiva e permitir que o aluno consolide esquemas cognitivos duradouros.

Progressão Gradual de Complexidade

O conteúdo deve ser apresentado em níveis crescentes de dificuldade:

- Nível 1- Radicais simples: exemplo $\left(\frac{7}{\sqrt{5}}\right)$; multiplica-se numerador e denominador pelo radical $\sqrt{5}$ que é o fator determinante para eliminar a raiz.

$$\frac{7}{\sqrt{5}} = \frac{7 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{7\sqrt{5}}{5}$$

- Nível 2- Radicais com coeficiente: exemplo $\left(\frac{3}{4\sqrt{2}}\right)$; o foco permanece na eliminação do radical mantendo o coeficiente.

$$\frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{4\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{4.2} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

- Nível 3- Binômios com radical: exemplo $\left(\frac{7}{3+\sqrt{6}}\right)$). Para esse caso, multiplica-se tanto o numerador quanto o denominador pelo conjugdo do denominador, que é $3 - \sqrt{6}$, de modo que a expressão desapareça no denominador. Assim:

$$\frac{7}{3 + \sqrt{6}} = \frac{7(3 - \sqrt{6})}{(3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6})} = \frac{7(3 - \sqrt{6})}{9 - \sqrt{36}} = \frac{7(3 - \sqrt{6})}{9 - 6} = \frac{7(3 - \sqrt{6})}{3}$$

Assim, a complexidade do conteúdo para o aluno pode diminuir se ele souber que existem frações com raízes exatas e outras não exatas.

Nesta vertente, Leonardo (2010, p. 38) afirma que “Algumas frações apresentam no denominador uma raiz não exata, ou seja, um número irracional. Quando se tem uma fração desse tipo, pode-se obter outra fração equivalente a ela, que tenha como denominador um número racional”.

A aplicação desses níveis permite ao estudante transformar um procedimento puramente abstrato em um processo consciente. Essa abordagem está alinhada à Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1995), pois enfatiza a necessidade de operar e converter entre diferentes registros para consolidar a compreensão da racionalização. Nesse contexto, destacam-se três registros fundamentais:

- Registro Algébrico: caracterizado pela manipulação de variáveis e fórmulas gerais;
- Registro Simbólico: marcado pelo uso de notações específicas de radicais e potências;

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

- Registro Numérico: evidenciado pela aplicação em valores reais e cálculos aritméticos.”

Metodologias Ativas e Colaborativas

Essas metodologias promovem o engajamento cognitivo e emocional, favorecendo a aprendizagem significativa e o desenvolvimento de competências como pensamento crítico, criatividade, comunicação e autonomia. Entre as metodologias ativas mais usadas destacam-se: Resolução de problemas em grupo, gamificação e tecnologias digitais.

A adoção dessas metodologias integra-se à Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990), permitindo que os discentes construam esquemas cognitivos e invariantes operatórios por meio de situações-problema contextualizadas, consolidando a compreensão progressiva do conceito de racionalização.

O uso de tecnologias digitais específicas constitui uma estratégia central nesse ensino. Sua eficácia, porém, depende da formação contínua dos professores, que devem mediar seu uso, articular diferentes formas de representação e propor atividades alinhadas aos campos conceituais, garantindo que a tecnologia funcione como recurso pedagógico, e não apenas como suporte visual.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise integrada dos dados, fundamentada no teste aplicado aos alunos e nas entrevistas com docentes do Complexo Escolar Privado Horizonte de Oráculos, permitiu identificar os principais obstáculos no ensino-aprendizagem da racionalização de denominadores e propor diretrizes pedagógicas mais eficazes.

Os resultados mostram que os estudantes da 9ª classe enfrentam desafios conceituais e procedimentais relevantes. As dificuldades não se limitam à técnica da racionalização, mas refletem lacunas anteriores em operações com radicais e propriedades algébricas, comprometendo tanto o desempenho escolar quanto a motivação para o estudo da matemática.

Sob a perspectiva da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Duval, 1995), essas dificuldades podem ser entendidas como limitações na capacidade de operar e converter entre diferentes registros matemáticos algébrico, simbólico e numérico. Muitos erros decorrem não apenas da falta de prática, mas da dificuldade em transitar entre representações, compreender propriedades de radicais e aplicar procedimentos como a multiplicação pelo conjugado.

De acordo com a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990), a racionalização de denominadores deve ser trabalhada em um conjunto de situações-problema, esquemas de ação e invariantes operatórios que favoreçam a construção progressiva do conceito. A baixa performance dos alunos indica que ainda não consolidaram os esquemas cognitivos necessários para mobilizar esses conhecimentos em diferentes contextos.

Para superar essas dificuldades, a pesquisa sugere uma abordagem integrada e significativa, que envolva:

- Metodologias ativas e colaborativas: favorecem a construção do conhecimento por meio da resolução de problemas, estimulando interação e reflexão.
- Exploração do erro como recurso pedagógico: a análise dos erros permite identificar lacunas conceituais e transformá-las em oportunidades de aprendizagem.
- Recursos tecnológicos específicos: *softwares* como GeoGebra e simuladores de radicais auxiliam na visualização de expressões matemáticas, tornando conceitos abstratos mais concretos e facilitando a conversão entre registros de representação.
- Contextualização das situações-problema: exercícios que conectem a racionalização de denominadores a contextos reais ou a outras áreas da matemática contribuem para a consolidação dos campos conceituais.

A pesquisa também evidencia que a eficácia dessas estratégias depende da formação contínua dos professores, capazes de mediar o conhecimento, orientar a transição entre registros de representação e incorporar recursos digitais de forma pedagógica e significativa.

Em síntese, a superação das dificuldades na racionalização de denominadores exige a transição de um ensino tradicional para uma prática dinâmica, reflexiva e centrada no aluno. A integração entre teoria (registros semióticos e campos conceituais), tecnologias digitais e suporte pedagógico docente constitui o caminho mais viável para que os estudantes não apenas executem algoritmos, mas compreendam a lógica matemática subjacente, consolidando aprendizagens duradouras e significativas.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Educational psychology**: a cognitive view. (1ª ed). New York, Holt. Rinchart and Winston. 1968. 685p.

AUSUBEL, David Paul. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BACICH, L.; MORAN, J. M. **Metodologias ativas para uma aprendizagem significativa**. Porto Alegre: Penso, 2018, p. 42.

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

BARROSO, Juliane Matsubara. **Projeto Araribá**: Matemática. São Paulo: Moderna, 2006.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. **Matemática**: fazendo a diferença. São Paulo: FTD, 2006.

DIESEL, Aline; BALDEZ, Alda Leila Santos; MARTINS, Silvana Neumann. **Os princípios das metodologias ativas de ensino**: uma abordagem teórica 2017. Volume 14. Nº 1. P. 268 a 288.

DUVAL, R. **Semiosis et pensée humaine**: registre sémiotique et apprentissage des mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1995.

FREEMAN, Scott et al. **Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics**. Proceedings of the National Academy of Sciences, v. 111, n. 23, p. 8410–8415, 2014. DOI: https://doi.org/10.1073/pnas.1319030111

HENZ, C. C. **O uso das tecnologias no ensino-aprendizagem da matemática**. 2008, p. 8. (Monografia), universidade regional integrada do alto Uruguai e das missões. Disponível em: . Acesso em: 26 set. 2020

KOLMAN, Bernard. **Introdução à Álgebra Linear**: com aplicações. 6.ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1998.

LEONARDO, Fábio Martins (Editor). **Projeto Araribá**: Matemática. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2010, p. 38.

MORAN, J. M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2015.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática**: ideias e desafios, 8 série. São Paulo: Saraiva, 2002.

PESSOA, Pedro; GONDIM, Rodrigo. **Racionalização de denominadores**. ReviSeM, Ano 2018, p. 53-54 No.2.

SALES, António; FELICE, José. **A Racionalização de Frações Irracionais:** ideias implícitas e Adjacentes. Volume 7, Número Temático – 2014, p. 462. ISSN 2359-2842

SANDHOLTZ, Judith Haymore; RINGSTAFF, Cathy; DWYER, David C. **Ensinando com tecnologia**: criando salas de aula centradas nos alunos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997, p.174

VERGNAUD, G. **A theory of conceptual fields**. In: R. Lesh; M. Landau (Ed.). Acquisition of mathematics concepts and processes. San Diego: Academic Press, 1990. p. 1- 42.