v7.n6.2026

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

A PROBLEMATIZAÇÃO NO ENSINO DA DERIVADA: POTENCIALIDADES DO GEOGEBRA PARA UMA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

PROBLEMATIZATION IN DERIVATIVE TEACHING: GEOGEBRA'S POTENTIAL FOR MEANINGFUL LEARNING

LA PROBLEMATIZACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA DERIVADA: POTENCIALIDADES DE GEOGEBRA PARA UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Pedro Binda Manuel[1], Marcos João Púcuta[2]

e768327
https://doi.org/10.47820/recima21.v7i6.8327

PUBLICADO: 06/2026 (Português Europeu)

RESUMO
Este artigo investiga os desafios recorrentes na aprendizagem da derivada nos estudantes da 12ª classe dos cursos de Petroquímica, Ambiente e Controle de Qualidade, Metalomecânica e Manutenção Industrial do Instituto Politécnico do Chiazi de Cabinda, destacando a necessidade da utilização de metodologias ativas que favoreçam a aprendizagem significativa. A partir da perspectiva do ensino problemático, busca-se compreender como situações-problema podem estimular o desenvolvimento do raciocínio crítico e investigativo dos alunos destes cursos. O uso do GeoGebra facilita a compreensão da derivada por meio da visualização dinâmica. Com base em Ausubel, Galperin e Pólya, a pesquisa utilizou abordagem mista (questionários, entrevistas, análise documental, observação e testes) com 140 estudantes. Após diagnóstico de 91% de reprovação no pré-teste, uma intervenção intensiva de três semanas com GeoGebra elevou a aprovação para 99% no pós-teste, evidenciando o potencial da tecnologia para um ensino mais ativo e inovador da Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Derivada. Ensino da Matemática. GeoGebra. Aprendizagem Significativa. Problematização.

ABSTRACT
This article investigates the recurring challenges in learning derivatives among 12th-grade students enrolled in the Petrochemistry, Environment and Quality Control, Metal Mechanics, and Industrial Maintenance programs at the Instituto Politécnico do Chiazi de Cabinda, highlighting the need for active methodologies that foster meaningful learning. From the perspective of problem-based teaching, it seeks to understand how problem situations can stimulate the development of critical and investigative reasoning in these students. The use of GeoGebra facilitates the understanding of derivatives through dynamic visualization. Grounded in the theoretical frameworks of Ausubel, Galperin, and Pólya, the research employed a mixed-methods approach (questionnaires, interviews, document analysis, observation, and tests) with 140 students. Following a diagnostic pre-test that revealed a 91% failure rate, an intensive three-week intervention using GeoGebra raised the passing rate to 99% on the post-test, evidencing the potential of technology for a more active and innovative approach to Mathematics teaching.

[1] Doutor em Ciências da Educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Brasil, na especialidade de Educação Matemática. Docente na Escola Superior de Ciências Sociais Artes e Humanidades (ESCISAH) do Mbanza Kongo, Zaire/Angola. Mestre em Ensino da Matemática pelo Instituto Superior de Ciências de Educação de Cabinda.
[2] Doutor em Ciências Pedagógicas pela Universidade de Ciências Pedagógicas Enrique José Varona (UCPEJV), Cuba. Área de Especialização: Análise Matemática com Integração das Tecnologias de Informação e Comunicação. Mestre em Ensino da Física pelo Atlantic International University, Estados Unidos de América. Docente e chefe de Departamento de Ciências da Natureza e Ciências Exatas do Instituto Superior de Ciências de Educação (ISCED) de Cabinda /Angola.

KEYWORDS: *Derivative. Mathematics Teaching. GeoGebra. Meaningful Learning. Problematization.*

RESUMEN
Este artículo investiga los desafíos recurrentes en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes de 12.º grado de los cursos de Petroquímica, Ambiente y Control de Calidad, Metalomecánica y Mantenimiento Industrial del Instituto Politécnico del Chiazi de Cabinda, destacando la necesidad de utilizar metodologías activas que favorezcan el aprendizaje significativo. Desde la perspectiva de la enseñanza problémica, se busca comprender cómo las situaciones problema pueden estimular el desarrollo del razonamiento crítico e investigativo de los alumnos de estos cursos. El uso de GeoGebra facilita la comprensión de la derivada mediante la visualización dinámica. Con base en Ausubel, Galperin y Pólya, la investigación utilizó un enfoque mixto (cuestionarios, entrevistas, análisis documental, observación y pruebas) con 140 estudiantes. Tras un diagnóstico que arrojó un 91 % de reprobación en el pretest, una intervención intensiva de tres semanas con GeoGebra elevó la aprobación al 99 % en el postest, evidenciando el potencial de la tecnología para una enseñanza de las Matemáticas más activa e innovadora.

PALABRAS CLAVE: *Derivada. Enseñanza de las Matemáticas. GeoGebra. Aprendizaje Significativo. Problematización.*

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática tem enfrentado diversos desafios relacionados à compreensão de conceitos abstratos, particularmente no estudo do cálculo diferencial. Entre esses conceitos, a derivada destaca-se como um dos que apresentam maiores dificuldades de assimilação por parte dos estudantes do ensino médio e superior, em razão do seu elevado nível de abstração e da predominância de práticas pedagógicas tradicionais centradas na memorização de fórmulas e procedimentos algorítmicos.

Diante desse cenário, torna-se necessário adotar estratégias pedagógicas que favoreçam o envolvimento ativo dos alunos da 12.ª classe na construção do conhecimento. Nesse contexto, a abordagem problematizadora apresenta-se como uma alternativa capaz de estimular o pensamento crítico, a investigação e a resolução de problemas, permitindo que o estudante assuma um papel mais ativo no processo de aprendizagem.

Atualmente, o avanço das tecnologias digitais tem ampliado as possibilidades para o ensino da Matemática. Nesse sentido, o GeoGebra destaca-se como uma ferramenta dinâmica e interativa que estabelece uma ligação entre a teoria e a prática, possibilitando a visualização gráfica e a manipulação de funções matemáticas. Dessa forma, contribui não apenas para a clarificação de ideias matemáticas complexas, mas também para o fomento do protagonismo e do entusiasmo discente pela disciplina.

Assim, a integração da metodologia problematizadora com o GeoGebra configura-se como uma estratégia promissora para o ensino da derivada, tornando-o mais acessível, dinâmico e significativo para os estudantes.

Formulação do problema

O diagnóstico realizado no Instituto Politécnico do Chiazi, em Cabinda, evidenciara fragilidades significativas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática na 12.ª classe, particularmente no domínio do cálculo diferencial. Verificou-se que os estudantes apresentam dificuldades na compreensão da interpretação física e geométrica da derivada, no cálculo de derivadas por definição e por regras de derivação, bem como na aplicação desse conceito à resolução de problemas práticos.

Tal situação é agravada pela predominância de metodologias de ensino tradicionais, pela insuficiência de materiais bibliográficos de apoio e pela limitada utilização de *softwares* matemáticos nas práticas pedagógicas. Como consequência, observa-se uma reduzida motivação dos estudantes para a aprendizagem da Matemática, refletindo-se em baixos níveis de aproveitamento acadêmico e elevadas taxas de reprovação.

Diante desta situação, surge o seguinte problema de investigação:

Como o uso do GeoGebra, associado à abordagem problematizadora, pode contribuir para uma aprendizagem significativa da derivada, no ensino da Matemática, nos estudantes da 12.ª classe do Instituto Politécnico do Chiazi, em Cabinda?

A escolha deste Instituto deve-se ao facto de se tratar de um contexto diretamente relacionado aos objetivos da investigação e por oferecer condições favoráveis à obtenção de dados relevantes sobre o fenómeno em estudo.

A realização desta pesquisa justifica-se pela necessidade de melhorar o processo de ensino-aprendizagem da derivada, conteúdo que apresenta elevado grau de dificuldade para muitos alunos da 12.ª classe dos quatro cursos da instituição. Nesse contexto, a utilização do GeoGebra poderá tornar as aulas mais dinâmicas e interativas, favorecendo a visualização de conceitos matemáticos e promovendo uma aprendizagem mais significativa.

Além disso, o estudo poderá contribuir para a inovação das práticas pedagógicas no ensino da Matemática, incentivando a integração de tecnologias digitais e metodologias ativas no processo de ensino-aprendizagem.

Com o presente artigo, pretende-se analisar as potencialidades do *software* GeoGebra no ensino da derivada, utilizando a abordagem problematizadora para promover uma aprendizagem significativa dos estudantes da 12ª classe do Instituto Politécnico do Chiazi de Cabinda.

Para a concretização desta pesquisa, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar as principais dificuldades dos alunos da 12ª classe na aprendizagem da derivada;
2. Desenvolver atividades de problematização com recurso ao GeoGebra no ensino da derivada.
3. Avaliar o contributo do GeoGebra para o desenvolvimento da compreensão gráfica e analítica do conceito de derivada.
4. Verificar de que forma a aprendizagem significativa é favorecida pelo uso de tecnologias digitais no ensino da Matemática;
5. Analisar o nível de participação e o desempenho dos estudantes da 12.ª classe nas atividades desenvolvidas com o GeoGebra.

O estudo está estruturado em várias seções: inicialmente apresenta-se o enquadramento teórico, seguido da descrição da metodologia adotada da implementação das atividades com esse *software*, da análise e discussão dos resultados obtidos e, finalmente, considerações finais para futuras investigações.

REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção abordaram-se ensino da Matemática e os desafios da aprendizagem da derivada, aprendizagem significativa, Teoria de Formação de Ações Mentais por Etapas de Galperin, visualização matemática, a problematização como metodologia de ensino, Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática, potencialidades do GeoGebra no ensino da derivada, transposição didática da derivada em contextos Técnico-Profissionais, desenho de sequências didáticas investigativas, formação docente para uso pedagógico de Tecnologias Digitais, avaliação da aprendizagem conceitual em cálculo e aplicações da derivada.

O ensino da Matemática e os desafios da aprendizagem da derivada

No contexto angolano, o ensino da Matemática no Ensino Secundário tem sido marcado por um forte formalismo, assente em regras, fórmulas e procedimentos algorítmicos, designadamente no estudo da derivada. Predomina a abordagem expositiva tradicional, em que o professor atua como transmissor e sistematizador dos conteúdos, cabendo aos estudantes uma postura essencialmente receptiva, baseada na escuta, na cópia e na memorização.

Segundo Mabunda (2016), o ensino de Matemática envolve práticas, conceitos e abordagens que exigem fundamentação teórica consistente. No entanto, observa-se que, na prática escolar, os alunos frequentemente limitam-se à reprodução de exercícios, o que reforça uma aprendizagem mecânica. Nesse sentido, D'Ambrósio (2010) destaca a falta de articulação entre a Matemática escolar e o cotidiano como um dos fatores do desinteresse dos estudantes. Freire (1996) denomina essa abordagem de educação bancária, por reduzir o aluno a receptor passivo de informações.

Schmidt (2007) reforça a necessidade de superar a transmissão mecânica de conteúdos, reduzindo o excesso de formalismo e criando condições para uma aprendizagem significativa, baseada na construção ativa de estratégias e interpretações pelos estudantes.

No caso do Cálculo Diferencial, o conceito de derivada constitui um dos principais obstáculos da transição da Matemática elementar para níveis mais avançados. As dificuldades de aprendizagem decorrem tanto de lacunas em conhecimentos prévios quanto de abordagens metodológicas centradas na memorização e aplicação de regras.

Essas dificuldades podem ser agrupadas em quatro dimensões principais:

1. Obstáculo epistemológico (estático vs dinâmico): O estudante é inicialmente treinado em situações estáticas (valores fixos e variações médias), enquanto a derivada exige pensamento dinâmico, associado à noção de variação instantânea e ao conceito de limite, o que representa uma ruptura cognitiva significativa.

2. Redução algorítmica: O ensino tradicional privilegia o "como fazer" em detrimento do "o que significa", gerando aprendizagem mecânica (Ausubel). Assim, os estudantes usam procedimentos sem compreender o significado geométrico ou físico da derivada.

3. Dificuldade de múltiplas representações: Observa-se fragilidade na articulação entre as representações algébrica, gráfica e geométrica da derivada. Muitos alunos não conseguem relacionar a expressão algébrica da derivada à inclinação da reta tangente ao gráfico da função em um determinado ponto, o que dificulta a construção de uma compreensão integrada do conceito e reforça seu caráter abstrato.

4. Defasagens na base matemática: Lacunas em conteúdos como funções, álgebra, equações da reta e noções de gráfico dificultam a compreensão do Cálculo e geram sobrecarga cognitiva.

Diante desses desafios, torna-se necessário adotar metodologias que promovam aprendizagem ativa. A abordagem problematizadora contribui ao partir de situações reais que exigem investigação, transformando a derivada em uma necessidade de resposta e não apenas um conteúdo curricular. Nesse processo, o estudante mobiliza conhecimentos prévios e constrói novas interpretações sobre variação e taxa de crescimento.

Complementarmente, o uso do GeoGebra permite superar o obstáculo da abstração do limite, ao possibilitar a visualização dinâmica da transição da reta secante para a reta tangente quando $h \to 0$. Essa experiência favorece a compreensão intuitiva da derivada como limite da razão incremental:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Além disso, o *software* integra representações algébricas, gráficas e numéricas de forma simultânea, promovendo interligação conceitual e aprendizagem significativa (Ausubel). Essa articulação evita o isolamento do conhecimento e favorece a compreensão do conceito de forma mais concreta e dinâmica.

Por fim, a combinação entre problematização e tecnologias digitais permite ao estudante deixar de ser executor de regras para se tornar investigador ativo, capaz de interpretar, modelar e compreender a derivada como taxa de variação, inclinação da reta tangente e ferramenta de análise de fenômenos reais. Quando necessário, regras de derivação são utilizadas como instrumentos de eficiência computacional, sem substituir a compreensão conceitual do limite e do significado da derivada.

Aprendizagem significativa

A teoria da aprendizagem significativa segundo David Ausubel (2000, p. 212), ocorre quando um novo conhecimento se conecta de maneira não arbitrária e substantiva (não literal) a um conceito relevante já existente na estrutura cognitiva do indivíduo.

A base dessa teoria reside em três pilares fundamentais:

a) Subsunçores: São os conhecimentos prévios relevantes que o estudante possui e que servem de "âncora" para o novo saber. Na disciplina de Matemática, o entendimento sólido de funções, taxas de variação linear, equações de reta e limite atuam como subsunçores fundamentais para o estudo da derivada.

b) Diferenciação Progressiva: É o processo de organização cognitiva no qual os conceitos mais gerais e inclusivos da Matemática são apresentados primeiro e, ao longo do tempo, serão progressivamente detalhados e ramificados em conceitos mais específicos.

c) Reconciliação Integradora: Ocorre quando o aluno consegue identificar ligações, semelhanças ou contradições entre conceitos que antes pareciam isolados, reorganizando sua estrutura mental de forma complexa e unificada.

Ausubel distingue a aprendizagem significativa da aprendizagem mecânica, na qual as informações são memorizadas de forma isolada e sem ligação com conhecimentos prévios, o que leva ao esquecimento rápido. No caso da derivada, quando o estudante apenas decora definições e regras, sem compreender suas relações conceituais, ocorre uma aprendizagem memorística.

Na perspectiva da aprendizagem significativa, o conhecimento constrói-se de forma mais eficaz quando novas informações se articulam com estruturas cognitivas já existentes (subsunçores). Por isso, o ensino da Matemática deve partir do que o aluno já sabe, especialmente em conceitos como inclinação de reta, variação e situações do cotidiano, antes da formalização da derivada como limite.

Ausubel propõe ainda o uso de organizadores prévios, que funcionam como ponte entre saberes anteriores e novos conteúdos, facilitando a compreensão. Assim, mesmo a aprendizagem por descoberta é valorizada apenas quando orientada para a construção de significado, e não como simples exploração descontextualizada.

Teoria de formação de ações mentais por etapas de Galperin

A teoria de Galperin (1989, p.56) fundamenta a formação das ações mentais como um processo gradual de interiorização, no qual as ações inicialmente externas, apoiadas em objetos ou representações materiais, transformam-se progressivamente em operações mentais autônomas. Esse desenvolvimento ocorre por meio de etapas sucessivas que asseguram a construção consciente e sistemática dos conceitos.

O autor propõe cinco etapas para a formação das ações mentais, aplicáveis ao ensino da derivada da seguinte forma:

1. Motivação e orientação para o objetivo: Corresponde à fase inicial, na qual o professor cria condições para a aprendizagem do conceito, despertando o interesse dos estudantes por meio de situações-problema. No caso da derivada, podem ser explorados contextos como variação de velocidade ou crescimento populacional, levando os alunos a questionar como medir variações instantâneas.

2. Base Orientadora da Atividade (BOA): O docente estrutura a atividade em etapas de orientação, execução e controle, oferecendo um modelo que guia a ação do estudante. No ensino da derivada, isso pode envolver a análise de funções simples, o cálculo da taxa de variação média e a introdução progressiva da noção de derivada como limite.

3. Ação materializada: Nesta fase, o estudante executa procedimentos de forma explícita, apoiado pelo professor e pela BOA. Por exemplo, ao calcular a derivada de $f(x) = x^3$,

segue passos orientados como identificação da função, aplicação das regras e obtenção de $f'(x) = 3x^2$, com acompanhamento e correção contínua.

4. Ação verbal: A atividade passa para o plano simbólico e linguístico, sem apoio material direto. Os estudantes interpretam expressões como $f(x), f'(x)$ e $\frac{dy}{dx}$, relacionando-as com o significado de taxa de variação e estabelecendo conexões entre funções, gráficos e fenômenos de variação.

5. Ação mental: Na etapa final, o conhecimento é internalizado, permitindo ao estudante operar com o conceito de forma autônoma. Ele passa a determinar derivadas, interpretar resultados e analisar o comportamento de funções (crescimento, decrescimento e extremos) sem apoio externo, utilizando a derivada como ferramenta conceitual consolidada.

Dessa forma, o processo descrito por Galperin evidencia a transição gradual do concreto ao abstrato, garantindo que o conceito de derivada seja compreendido não apenas como procedimento, mas como ação mental internalizada.

Visualização Matemática

A visualização desempenha um papel fundamental nas atividades matemáticas, pois facilita a compreensão de conceitos abstratos por meio de representações gráficas, geométricas e simbólicas. Ao permitir que os estudantes observem padrões, relações e variações entre grandezas, a visualização favorece a construção de significados, o desenvolvimento do raciocínio matemático e a resolução de problemas. No estudo da derivada, por exemplo, a representação gráfica das funções e das suas taxas de variação contribui para que os alunos relacionem os conceitos teóricos com fenômenos observáveis e situações do contexto profissional.

Nesse sentido, a introdução do conceito de derivada no ensino técnico-profissional torna-se mais significativa quando mediada pela Visualização Matemática. Essa perspectiva encontra fundamento na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval (1995, p.396), segundo a qual a cognição matemática é inseparável da utilização de sistemas de signos, uma vez que os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis aos sentidos. Para o autor, a compreensão efetiva de um conceito depende da capacidade de transitar entre diferentes registros de representação, como o linguístico, o gráfico e o algébrico.

No ensino do cálculo diferencial, uma das principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes consiste justamente em estabelecer conexões entre esses registros. Em particular, a incapacidade de relacionar a expressão algébrica da derivada com a inclinação da reta tangente num ponto do gráfico constitui um dos fatores que contribuem para as elevadas taxas de retenção e reprovação. Assim, a utilização de estratégias de visualização que promovam a articulação entre diferentes formas de representação revela-se essencial para a construção do significado da derivada e para a sua aplicação em contextos técnico-profissionais.

Para minimizar essas dificuldades cognitivas, o uso de *softwares* de geometria dinâmica, como o GeoGebra, desempenha um papel importante na aprendizagem da derivada. Ao integrar representações gráficas, algébricas e numéricas, o *software* permite visualizar a transformação da reta secante em reta tangente, favorecendo a compreensão intuitiva do conceito de limite e do significado geométrico da derivada.

A problematização como metodologia de ensino

A Metodologia Problematizadora constitui uma abordagem pedagógica centrada na aprendizagem ativa e na investigação, fundamentada na pedagogia crítica e frequentemente associada à Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). Diferencia-se do ensino tradicional por inverter a lógica expositiva: o processo inicia-se com a problematização da realidade, em vez da apresentação prévia da teoria.

Esta abordagem parte de uma situação-problema — real ou matematicamente desafiadora, que funciona como elemento motivador e cognitivo desestabilizador, levando o estudante a reconhecer a necessidade de novos conhecimentos. Nesse processo, o aluno assume um papel investigativo, formulando hipóteses, explorando estratégias, discutindo soluções e aprendendo também a partir do erro, que passa a ser interpretado como indicador de reorganização cognitiva.

O professor deixa de ser mero transmissor de conteúdos e assume a função de mediador, orientando a investigação por meio de questões problematizadoras que conduzem à construção e formalização do conhecimento matemático, como no caso da derivada.

Diversos autores têm contribuído para o desenvolvimento desta abordagem, entre os quais se destacam Pozo (1998), que enfatiza o ensino problemático como estratégia de aprendizagem significativa, e Mendonça (1993), que sistematiza sua aplicação no contexto educativo. Além disso, experiências relatadas por Álvarez Gómez (1988), Bueno (1989) e Guanche (1989) evidenciam sua eficácia em diferentes áreas do conhecimento.

Onuchic (1999) define problema como aquilo que ainda não se sabe resolver, mas se deseja compreender, reforçando seu papel como meio de construção do conhecimento matemático. De forma complementar, Peduzzi (1998, p. 8) amplia esse conceito ao incluir qualquer situação que exija investigação, interpretação e tomada de decisão, sublinhando seu valor didático.

Nesse enquadramento, Polya (1995, p.7) propõe quatro etapas fundamentais para a resolução de problemas — compreensão, planificação, execução e verificação — que estruturam o processo investigativo e orientam a aprendizagem matemática de forma sistemática e reflexiva.

No ensino da derivada, os docentes devem recorrer a métodos problematizadores que incentivem a investigação autônoma, permitindo que os estudantes construam o conceito a partir da resolução de problemas. Dessa forma, o aluno desenvolve não apenas o entendimento da derivada como taxa de variação, mas também capacidades de raciocínio independente e criatividade matemática.

Nessa perspectiva, Buela (2021) distingue três modalidades do ensino problemático em Matemática: (i) o ensino por problemas, no qual situações complexas introduzem conteúdos e atribuem sentido aos conceitos; (ii) o ensino baseado em problemas, em que a própria resolução de exercícios conduz à aprendizagem de novos conhecimentos; e (iii) o ensino da resolução de problemas, centrado na aplicação de estratégias previamente ensinadas para resolver tarefas matemáticas.

Complementarmente, Majmútov (1983) organiza o ensino problemático em cinco categorias interligadas. A situação problemática corresponde a um estado de dificuldade cognitiva que exige a construção de novos métodos de solução, envolvendo dimensões motivacionais e conceptuais. O problema docente expressa a contradição cognitiva que orienta a aquisição de novos conhecimentos durante a aprendizagem. As tarefas problemáticas caracterizam-se pela ausência de algoritmos fixos, exigindo análise científica e construção de estratégias próprias. As perguntas problemáticas promovem reflexão e formulação de hipóteses, ultrapassando a simples reprodução de conhecimentos. Por fim, o nível de problematização refere-se ao grau de complexidade das tarefas em relação às capacidades dos estudantes, garantindo a progressão adequada da aprendizagem.

Assim, o ensino problemático organiza-se como um processo progressivo que articula desafio, investigação e construção conceitual, favorecendo uma aprendizagem mais significativa da derivada no contexto da Matemática escolar.

Tecnologias digitais no ensino da Matemática

A inserção das tecnologias digitais no ensino da Matemática representa uma transformação significativa das práticas pedagógicas, ao ampliar as formas de representação, exploração e comunicação dos conceitos matemáticos. Ferramentas como GeoGebra, Maxima, Maple, Matlab, Mathematica e Python diversificam as estratégias de ensino e aprendizagem em diferentes níveis educativos.

Entre as suas principais potencialidades, destaca-se a visualização dinâmica, que torna conceitos abstratos mais concretos por meio de gráficos, animações e interações, favorecendo a compreensão intuitiva e analítica. Além disso, a experimentação e a formulação de conjecturas permitem ao estudante manipular parâmetros, testar hipóteses e observar resultados em tempo real, fortalecendo o raciocínio exploratório que precede a formalização teórica.

Outra contribuição relevante é a automatização de cálculos repetitivos, que reduz o esforço mecânico e direciona a atenção para a interpretação, modelação e análise de problemas. Além disso, essas tecnologias favorecem a diferenciação do ensino, ao permitir percursos de aprendizagem adaptados ao ritmo e às necessidades de cada estudante, promovendo maior inclusão e participação.

Por fim, destaca-se a simulação de fenômenos reais, que viabiliza a modelação de situações do cotidiano e de contextos científicos, fortalecendo a ligação entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Potencialidades do geogebra no ensino da derivada

O GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica que integra geometria, álgebra, estatística e cálculo, sendo amplamente utilizado nos diferentes níveis de ensino. No estudo da derivada, destaca-se sobretudo pela capacidade de articular simultaneamente representações gráficas, algébricas e numéricas, favorecendo uma compreensão mais integrada do conceito.

Diversos autores reforçam o seu potencial pedagógico. Fonseca (2018) defende que o uso de *softwares* dinâmicos favorece a compreensão matemática ao permitir construções manipuláveis, superando a rigidez das representações estáticas. De forma complementar, Pereira e Freitas (2016) sublinham que essas ferramentas transformam a dinâmica da aula tradicional, promovendo ambientes de aprendizagem mais interativos e centrados no estudante. Essa perspectiva é ainda reforçada por estudos que valorizam a articulação entre múltiplas representações no ensino do Cálculo, como em Duval (2011).

No ensino da derivada, o GeoGebra permite explorar de forma dinâmica conceitos essenciais, tais como:

- Limite do cociente de Newton: a visualização da reta secante que se aproxima da reta tangente, ao fazer um ponto deslocar-se sobre a curva, torna intuitivo o conceito de limite e a ideia de taxa de variação instantânea.

- Reta tangente e derivada num ponto: a construção dinâmica da tangente permite relacionar diretamente a inclinação da reta com o valor de $f'(a)$, variando o ponto de tangência em tempo real.
- Monotonia e sinal da derivada: a representação simultânea de $f(x)$ e $f'(x)$ permite identificar intervalos de crescimento e decrescimento, bem como pontos críticos associados a máximos e mínimos.
- Taxas de variação média e instantânea: a comparação entre secantes e tangentes evidencia a derivada como limite da taxa média quando $h \to 0$.
- Modelação de fenômenos reais: situações como movimento uniformemente variado permitem relacionar posição, velocidade e derivada, integrando Matemática e Física.
- Exploração e validação de conjecturas: os estudantes podem formular hipóteses e testá-las dinamicamente, promovendo aprendizagem ativa e verificação imediata de propriedades matemáticas.
- Apoio à aprendizagem autônoma**:** por ser um recurso gratuito e acessível, o GeoGebra facilita a implementação de práticas inovadoras com baixo custo e amplia o acesso a atividades prontas sobre derivadas.

Dessa forma, o GeoGebra não apenas ilustra conceitos, mas atua como mediador cognitivo, promovendo a passagem do abstrato ao visual e do procedimental ao conceitual no ensino da derivada.

Transposição didática da derivada em contextos técnico-profissionais

A transposição didática constitui um elemento central da prática educativa, pois estabelece a ligação entre o conhecimento científico e o conhecimento escolar. Segundo Chevallard (1991, *apud* Pais, 2011), um conteúdo de conhecimento, inicialmente definido como saber a ensinar, é submetido a um conjunto de transformações adaptativas que possibilitam sua incorporação aos objetos de ensino.

A Teoria da Transposição Didática articula contributos da epistemologia da ciência, das teorias cognitivas, da didática e das teorias sociais para compreender e analisar os mecanismos que regulam a transformação do conhecimento produzido nos contextos de investigação científica. Esse processo envolve a passagem do *saber sábio* (conhecimento científico) para o meio académico, deste para os manuais e programas escolares e, posteriormente, para a sala de aula, onde se converte em *saber ensinado* e, finalmente, em *saber aprendido*.

No ensino da derivada, a transposição didática permite transformar um conceito abstrato do Cálculo — a taxa de variação instantânea — em um conhecimento acessível e funcional para os estudantes. Em contextos técnico-profissionais, o foco desloca-se do rigor formal e demonstrativo para a compreensão conceitual e a resolução de problemas concretos, estabelecendo uma relação direta entre a derivada e situações reais da futura atividade profissional.

No Instituto Politécnico de Chiazi, essa transposição deve ser contextualizada às exigências dos diferentes cursos técnicos. O conceito matemático necessita de uma modelação pedagógica que o associe a fenômenos físicos e tecnológicos relevantes para a formação dos estudantes, tais como as taxas de escoamento de fluidos na indústria petroquímica, as variações de carga térmica em sistemas ambientais e o desgaste de componentes em processos de manutenção industrial. Dessa forma, a visualização dos fenômenos, a formalização matemática e a aplicação prática desenvolvem-se de maneira integrada, contribuindo para a construção das competências profissionais exigidas pelo mercado de trabalho.

Desenho de sequências didáticas investigativas

O desenho de sequências didáticas investigativas (SDI) no ensino técnico-profissional atua como um mecanismo de rutura frente aos modelos tradicionais de memorização algorítmica. Sob a ótica da Teoria das Situações Didáticas (TSD) formulada por Brousseau (2008), a sequência deve constituir um meio dinâmico em que o estudante interage de forma autônoma. Para este autor, a gênese do conhecimento matemático na sala de aula ocorre quando o aluno atravessa dialéticas sucessivas de ação (manipulação do problema), formulação (construção de modelos explicativos) e validação (comprovação das hipóteses perante os pares), culminando na institucionalização do saber pelo docente.

Para sustentar uma aprendizagem investigativa, a escolha de problemas contextualizados é fundamental. Nessa perspectiva, a Resolução de Problemas, baseada nas etapas propostas por Polya (1995) — compreensão, planeamento, execução e reflexão — favorece a construção ativa do conhecimento. No contexto do Instituto Politécnico de Chiazi, essas etapas tornam-se ainda mais significativas quando aplicadas a situações relacionadas à futura prática profissional dos estudantes.

Complementarmente, a heurística de Jungk (1982) contribui com orientações que estimulam o raciocínio e a descoberta autônoma, estabelecendo uma ponte entre os desafios práticos e a formalização dos conceitos de Cálculo.

Apresenta-se, a seguir, uma Sequência Didática Investigativa (SDI) aplicada ao ensino do conceito de derivada no Instituto Politécnico do Chiazi. A proposta articula os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008), as etapas de resolução de problemas de Polya (1995) e os impulsos heurísticos de Jungk (1982), utilizando o GeoGebra como mediador tecnológico da aprendizagem.

Na sequência, apresenta-se a organização geral da SDI.

Situação-Problema Contextualizada

Fase 1- Ação e Compreensão: manipulação empírica de dados reais;

Fase 2- Formulação e Planeamento: exploração visual no GeoGebra (reta secante → reta tangente);

Fase 3- Validação e Execução: discussão, teste de hipóteses e cálculo algébrico das taxas de variação;

Fase 4- Institucionalização: formalização do conceito de derivada pelo professor.

Etapas da sequência didática investigativa

1. Introdução da Situação-Problema (Ação)

A sequência inicia-se com a apresentação de um problema relacionado com o contexto técnico-profissional dos estudantes. O professor propõe uma situação real de engenharia, como a análise da taxa de escoamento de um fluido num reservatório petroquímico ou o processo de arrefecimento de uma peça mecânica. Organizados em grupos, os estudantes analisam os dados fornecidos e procuram determinar as variações observadas em intervalos de tempo definidos.

Fundamentação teórica: corresponde à fase de Ação de Brousseau e à etapa de Compreensão do Problema proposta por Polya, em que os estudantes estabelecem o primeiro contato com a situação a investigar.

2. Exploração e Modelação Dinâmica (Formulação)

Na segunda etapa, os estudantes utilizam o GeoGebra para representar os dados ou funções associadas ao problema. Com o apoio de questões orientadoras e impulsos heurísticos, são incentivados a construir retas secantes entre dois pontos e a modificar dinamicamente a distância entre eles.

Fundamentação teórica: esta fase corresponde à Formulação de Brousseau, favorecendo a construção de conjecturas e a conversão entre diferentes registros de representação (Duval), do enunciado verbal para as representações gráficas e algébricas.

3. Debate e Teste de Hipóteses (Validação)

À medida que os pontos se aproximam progressivamente, os estudantes observam que a reta secante tende a coincidir com a reta tangente. Paralelamente, calculam as inclinações correspondentes e discutem os resultados obtidos, comparando estratégias e justificando as suas conclusões perante a turma.

Fundamentação teórica: esta etapa corresponde à fase de Validação de Brousseau e à Execução do Plano de Polya. O confronto de ideias e a análise dos erros contribuem para o aprofundamento da compreensão conceitual.

4. Síntese e Formalização (Institucionalização)

Na etapa final, o professor sistematiza as conclusões construídas pelos alunos e introduz a definição formal da derivada como limite da razão incremental. A partir das evidências obtidas durante a investigação, o conceito passa a ser compreendido não apenas como um procedimento algébrico, mas também como uma representação da taxa de variação instantânea de uma grandeza.

Fundamentação teórica: corresponde à fase de Institucionalização de Brousseau, momento em que o conhecimento produzido na atividade investigativa é formalizado e integrado ao saber matemático escolar.

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Contudo, ao aplicar esse desenho no Instituto Politécnico de Chiazi, o ganho pedagógico reside no fato de que o formalismo matemático não surge como uma formulação abstrata desprovida de significado na quarta etapa, mas sim como a tradução algébrica de uma necessidade prática que o estudante já visualizou, manipulou e compreendeu nas etapas anteriores.

Formação docente para uso pedagógico de tecnologias digitais

A formação docente para o uso pedagógico das tecnologias digitais no Ensino Médio Técnico-Profissional vai além do domínio de ferramentas tecnológicas, exigindo competências para planear e implementar sequências didáticas investigativas que tornem conteúdos complexos, como a derivada, mais significativos para os alunos. No contexto do Instituto Politécnico de Chiazi, essa formação deve favorecer a transposição didática do conhecimento matemático, articulando o saber científico com as necessidades das áreas técnicas e profissionais.

Nesse processo, o GeoGebra destaca-se como um importante recurso pedagógico, ao possibilitar a exploração da visualização matemática e da aprendizagem multimodal. Fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1995), essa abordagem requer que o professor promova a articulação entre representações algébricas, gráficas e numéricas, favorecendo uma compreensão mais profunda do conceito de derivada.

Ao integrar diferentes formas de representação, o docente assume o papel de mediador da aprendizagem, estimulando o desenvolvimento do raciocínio covariacional e a compreensão das relações entre grandezas em situações ligadas aos contextos técnicos do instituto. Consequentemente, essa perspectiva também implica uma reconfiguração das práticas avaliativas, privilegiando uma avaliação formativa centrada na compreensão conceitual, na capacidade investigativa e na aplicação do conhecimento, em vez da simples reprodução de procedimentos matemáticos.

Avaliação da aprendizagem conceitual em Cálculo

A avaliação da aprendizagem no domínio do Cálculo Diferencial e Integral coloca um desafio central ao ensino médio técnico-profissional: ultrapassar uma abordagem estritamente procedimental, baseada na aplicação mecânica de algoritmos e regras algébricas, e avançar para uma perspectiva cognitiva e estruturante. Avaliar conceitualmente a derivada implica acompanhar a compreensão do estudante sobre ideias fundamentais como limite e taxa de variação instantânea, bem como a sua capacidade de relacioná-las com fenômenos de variação contínua em contextos físicos e industriais.

Nessa vertente, o processo avaliativo deve assumir um caráter essencialmente formativo e regulador. Conforme Hoffmann (2001), avaliar não significa classificar ou sancionar, mas acompanhar o percurso de aprendizagem do estudante, interpretando o erro como um indicador pedagógico que revela dificuldades conceituais e possibilidades de intervenção. Complementarmente, Villas Boas (2004) destaca a importância de uma avaliação articulada ao projeto político-pedagógico da instituição, sustentada por práticas participativas e transparentes.

No contexto do Instituto Politécnico de Chiazi, onde a formação técnica exige competências aplicadas, torna-se necessário substituir a lógica da prova única por um ecossistema avaliativo multidimensional, capaz de orientar a prática pedagógica em tempo real.

Esse sistema pode ser organizado em três dimensões articuladas:

- Dimensão diagnóstica e contínua: aplicada no início de cada ciclo de aprendizagem, recorre a instrumentos como mapas conceituais e testes exploratórios para identificar conhecimentos prévios e possíveis dificuldades dos estudantes, permitindo ao professor antecipar obstáculos cognitivos relacionados com funções, limites e variação.
- Dimensão formativa e processual: desenvolvida ao longo das atividades, privilegia o uso de portfólios e tarefas de conversão entre registros de representação, em consonância com Duval (1995). Nesta fase, os alunos articulam representações gráficas, algébricas e físicas, utilizando o erro como recurso de autorregulação e aprendizagem.

- Dimensão somativa-conceitual: orientada para a consolidação das aprendizagens, substitui exames baseados na memorização por instrumentos como provas dissertativo-conceituais, relatórios analíticos, resolução comentada de problemas e defesas orais. Esses dispositivos exigem argumentação matemática e justificação das estratégias de modelação, evidenciando a efetiva apropriação do conhecimento e a sua transposição para contextos técnicos, em consonância com Chevallard (1991).

Aplicações da derivada

A derivada está presente em inúmeras situações do cotidiano, especialmente nas que envolvem movimento e variação. Ela expressa a taxa de variação instantânea de uma função, permitindo compreender fenômenos como:

- Taxa de crescimento populacional e crescimento econômico de um país;
- Redução da mortalidade infantil e análise de indicadores sociais;
- Variação de temperaturas ao longo do tempo;
- Velocidade e aceleração de corpos em movimento, bem como o cálculo da distância percorrida;
- Determinação de comprimentos de curvas, áreas e volumes;
- Análise de máximos e mínimos de uma função, relacionando declividade da curva com taxa de variação.

Na Física, a derivada introduz conceitos como pressão, densidade de massa e de carga elétrica, entre outros exemplos em que a medida da variação é essencial.

Já na otimização, ela é aplicada para:

- Minimizar o consumo de materiais;
- Maximizar o lucro em função das despesas;
- Maximizar áreas em função de perímetros;
- Otimizar o tempo na produção industrial;
- Minimizar fenômenos indesejados em processos físicos ou econômicos etc.

METODOLOGIA

O estudo delineia os caminhos metodológicos percorridos para investigar como a integração entre a abordagem problematizadora e as potencialidades visuais do GeoGebra pode favorecer a Aprendizagem Significativa e se relacionar com a teoria de Galperin no ensino da derivada. Adotou-se uma metodologia de natureza mista, combinando abordagens qualitativas e quantitativas, com finalidades exploratórias e descritivas.

A vertente qualitativa, adequada ao campo educacional, ocupa-se dos significados, motivações e atitudes dos sujeitos — dimensões irredutíveis a variáveis rígidas. Já a vertente quantitativa recorre à coleta e análise de dados numéricos (testes e registros de atividades com GeoGebra) para avaliar o desempenho dos estudantes antes e após a intervenção, permitindo verificar estatisticamente a eficácia da metodologia e seu impacto no rendimento.

A perspectiva exploratória introduziu o tema por meio de situações-problema, incentivando os estudantes a testar estratégias, formular hipóteses, descobrir formas de derivar funções e compreender a utilidade prática da derivada. A perspectiva descritiva sistematizou regras e procedimentos algorítmicos da derivação, garantindo a correta aplicação dessas regras na resolução de problemas contextualizados. Essa articulação entre exploração, explicação e análise integrou os elementos qualitativos e quantitativos, favorecendo uma compreensão mais significativa e eficaz da derivada.

O foco central da investigação é compreender, descrever e interpretar a transição cognitiva do pensamento estático para o dinâmico, identificando evidências de Aprendizagem Significativa (Ausubel, 2000) em intervenções mediadas por tecnologias digitais. Adicionalmente, a pesquisa fundamenta-se na teoria da formação por etapas das ações mentais de Galperin, considerando a construção gradual, consciente e sistemática do conceito de derivada. Essa perspectiva analisa como a apropriação ocorre pela transformação progressiva das ações externas em processos mentais internalizados, promovendo uma compreensão mais profunda e significativa do conteúdo.

Caracterização dos participantes da pesquisa e contexto do estudo

A pesquisa foi desenvolvida no Instituto Politécnico do Chiazi de Cabinda (IPCC), situado no município do Liambo, província de Cabinda, Angola. O cenário da intervenção prática selecionado para possibilitar o acesso individual ou em pares ao *software* GeoGebra foi o Laboratório de Informática da instituição.

A população deste estudo está constituída por 284 elementos dos quais 280 alunos da 12ª classe correspondentes a 8 turmas e 4 professores de Matemática dos cursos de Petroquímica, Ambiente e Controle de Qualidade, Metalomecânica e Manutenção Industrial, no ano letivo 2024-2025, conforme ilustra a tabela 1 com sua respectiva distribuição.

Tabela 1. Distribuição da população por segmento e cursos (12ª Classe)

Segmento da População	Cursos	Quantidade de elementos	Total
Estudantes	- Petroquímica - Ambiente e Controle de Qualidade - Metalomecânica e - Manutenção Industrial (8 Turmas)	280	280
Professores	Docentes de Matemática das respectivas especialidades	4	4
Total Geral	**Universo populacional**	-	**284**

Fonte: Pesquisa de campo/2025

Procedimento amostral e critérios de seleção

A definição da amostra de 144 participantes fundamentou-se na articulação de duas técnicas de amostragem, balizadas por critérios de inclusão pedagógicos e estatísticos. Para o segmento discente ($n = 140$), aplicou-se a amostragem aleatória estratificada proporcional a partir das listas de chamada das oito turmas da 12.ª classe. Os critérios de inclusão exigiram a matrícula regular nos cursos técnicos selecionados (Petroquímica, Ambiente e Controle de Qualidade, Metalomecânica e Manutenção Industrial) e a assiduidade na totalidade das fases da intervenção (pré-teste, sessões mediadas pelo GeoGebra e pós-teste).

Complementarmente, para o segmento docente ($n = 4$), utilizou-se a amostragem não-probabilística por conveniência, adotando como critérios de elegibilidade a regência titular da disciplina de Matemática nas turmas intervencionadas e a anuência em colaborar no processo de triangulação qualitativa. Esta abordagem mista assegurou a validade interna do desenho experimental e a representatividade dos estratos formativos do Instituto Politécnico do Chiazi, conforme apresentado na Tabela 2.

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

Tabela 2. Distribuição dos alunos da amostra por especialidade técnica e turma (12ª Classe)

Segmento da Amostra	Especialidade Técnica	Turmas	Frequência absoluta (n)
Estudantes	Petroquímica	PQ1	18
		PQ2	17
	Ambiente e Controle de Qualidade	AC1	17
		AC2	18
	Metalomecânica	MM1	18
		MM2	17
	Manutenção Industrial	MI1	18
		MI2	17
Professores	Docentes de Matemática das respetivas especialidades	____	4
Total de Amostra	Participantes ativos da pesquisa	8 Turmas	**144**

Fonte: Elaborado pelos autores

Conforme detalhado na Tabela 2, a amostra desta investigação é constituída por 144 participantes, segmentados em 140 estudantes da 12.ª classe e 4 professores de Matemática das respectivas especialidades técnicas. O corpo discente encontra-se distribuído homogeneamente pelas 8 turmas intervencionadas, com frequências absolutas a oscilar de forma equilibrada entre 17 e 18 sujeitos por grupo. Esta equivalência numérica e a distribuição proporcional controlam variáveis exógenas, impedindo vieses nos resultados do pós-teste. Do ponto de vista metodológico, esta composição mista de 144 sujeitos é essencial para a triangulação de dados, permitindo correlacionar a evolução cognitiva dos alunos na manipulação do GeoGebra com as abordagens e desafios de transposição didática reportados pelos docentes.

Validação dos instrumentos de coleta: os instrumentos (pré-teste, pós-teste, atividades monitoradas no GeoGebra e questionário de percepção) foram elaborados com base nos objetivos da pesquisa e nos referenciais teóricos adotados, sendo submetidos à apreciação de especialistas para verificar sua clareza, pertinência e adequação ao contexto do estudo. A validação foi conduzida em três etapas, conforme ilustrada no quadro 1:

Etapa	Procedimento	Critério de aceitação
Validade de conteúdo	Submissão a um comitê de 3 especialistas (Mestres em Ensino da Matemática), que avaliam clareza, representatividade e pertinência teórica.	Coeficiente de validade de conteúdo (CVC) $\geq 0{,}80$.
Pré-teste	- Aplicação dos instrumentos a 140 alunos. - Verificação de instruções, tempo médio de resposta e compreensão das questões.	Tempo médio compatível com a duração da aula (até 1h); nenhuma questão com taxa de omissão $> 20\%$.
Confiabilidade	Cálculo do alfa de Cronbach para as questões objetivas do pré-teste e pós-teste.	$\alpha \geq 0{,}70$.

Fonte: Elaborado pelos autores

Modo de análise quantitativa: os dados foram tratados por meio de técnicas estatísticas descritivas e comparativas, permitindo identificar tendências, variações e diferenças nos resultados obtidos pelos participantes.

Modo de análise qualitativa: os dados foram analisados por meio de categorização temática e interpretação dos significados expressos pelos participantes, buscando identificar padrões, relações e evidências de aprendizagem à luz dos referenciais teóricos adotados.

Questões éticas: os participantes aderiram voluntariamente ao estudo após serem informados sobre seus objetivos e procedimentos. Sua identidade e os dados recolhidos foram mantidos em sigilo, sendo utilizados apenas para fins científicos. Foi garantido o direito de desistir da pesquisa a qualquer momento, sem consequências acadêmicas, e todas as etapas seguiram as normas éticas e institucionais aplicáveis.

Protocolo da intervenção de três semanas (para reprodutibilidade e robustez interpretativa)

A intervenção teve duração de três semanas consecutivas, 2 horas por di**a** (total de 22 horas). O quadro abaixo sintetiza o protocolo:

Quadro 2. Protocolo da intervenção (3 semanas – 21 dias, 2h/dia)

Dia	Atividade principal	Duração
1 e 2	Pré-teste + tutorial GeoGebra	1h + 1h
3 e 4	Situação-problema: velocidade instantânea	$1h + 1h$
5 e 6	Situação-problema: inclinação da tangente	$1h + 1h$
7 e 8	Formalização da derivada + discussão colectiva	$1,5h + 0,5h$
9 e 10	Representação gráfica da parábola + discussão coletiva.	$1h + 1h$
11 e 12	Situação-problema: O gasto para produzir x produtos numa indústria + discussão coletiva	$1h + 1h$
13 e 14	Resolução de exercícios sobre derivada (funções polinomiais) + discussão coletiva	$1h + 1h$
15 e 16	Resolução de exercícios sobre derivada (funções logarítmicas) + discussão coletiva.	1h + 1h
17 e 18	Resolução de exercícios sobre derivada (funções trigonométricas) + discussão coletiva.	$1h + 1h$

Dia	Atividade principal	Duração
19 e 20	Resolução de exercícios sobre derivada (funções irracionais)	$1h + 1h$
21	Pós-teste + questionário de percepção + encerramento	$1h + 0{,}5h + 0{,}5h$

Fonte: Elaborado pelos autores.

Reprodutibilidade: todos os arquivos (GeoGebra, roteiros, instrumentos e bases de dados) foram disponibilizados em repositório institucional, com organização, documentação e controle de versões, garantindo acesso, replicação e validação dos resultados.

Robustez interpretativa: triangulação de dados e métodos, revisão independente das análises, descrição densa do contexto, auditoria do processo investigativo e confronto sistemático dos resultados com os referenciais teóricos de Ausubel e Galperin, fortalecendo a credibilidade e a consistência das interpretações.

Instrumentos de recolha de dados

Para apreender a complexidade das interações dos estudantes com as situações-problema e com o *software* GeoGebra, foram utilizados os seguintes instrumentos de recolha de dados:

1. Observação Direta: foi conduzida de maneira sistemática ao longo das sessões letivas, possibilitando o registo, em tempo real, dos níveis de envolvimento dos estudantes, da dinâmica de participação em sala de aula e das dificuldades manifestadas durante a resolução de problemas com esse *software* matemático.

2. Análise Documental: possibilitou analisar o Plano Curricular (Programa desta Disciplina) e livros didáticos utilizados pelos professores. O objetivo foi organizar os conteúdos de forma sequencial, transformar as competências exigidas e as orientações metodológicas vigentes, servindo como base comparativa para a intervenção prática.

3. Questionário: Aplicou-se aos estudantes da 12ª classe com o intuito de aferir a sua receptividade e opinião crítica quanto à introdução do *software* GeoGebra. O foco incidiu na

usabilidade da ferramenta e no impacto que esta teve na facilidade da aprendizagem de conceitos abstratos da Matemática.

4. Entrevistas Semiestruturadas: conduzidas com os docentes da disciplina de Matemática. O instrumento foi fundamental para extrair percepções qualitativas sobre as estratégias de ensino adotadas, a estrutura curricular da derivada e as principais barreiras cognitivas identificadas no desempenho dos estudantes.

5. Teste Diagnóstico (Pré-teste): Antes da implementação do GeoGebra como recurso didático, os estudantes foram submetidos a um pré-teste, com o objetivo de avaliar os conhecimentos prévios relacionados a derivada. Esse procedimento permitiu identificar o nível inicial de compreensão dos participantes, possibilitando mensurar, posteriormente, a evolução da aprendizagem de forma mais precisa.

6. Teste de Avaliação Final (Pós-teste): aplicada após a intervenção pedagógica mediada pelo *software* GeoGebra, com a finalidade de verificar o rendimento dos estudantes e a eficácia da metodologia utilizada. A comparação entre os resultados do pré-teste e os do pós-teste, por meio de análise qualitativa e quantitativa, permitiu identificar os ganhos de aprendizagem e o nível de consolidação das competências desenvolvidas ao longo do estudo.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, apresentam-se os principais resultados organizados em categorias temáticas, seguidos de uma análise crítica articulada aos referenciais teóricos e às práticas pedagógicas contemporâneas. Busca-se compreender as dificuldades conceituais e procedimentais dos estudantes, avaliar a eficácia das metodologias ativas implementadas pelos docentes e apontar estratégias que contribuam para o aprimoramento do ensino da Matemática e da derivada no Instituto Politécnico do Chiazi de Cabinda.

Observação de aulas

A observação teve como objetivo analisar a atuação dos professores da 12.ª classe dos cursos anteriormente referidos no processo de ensino-aprendizagem da derivada. Para isso, foram observadas quatro aulas, uma de cada docente, abrangendo os seguintes conteúdos: cálculo de limites, interpretação geométrica do conceito de derivada, cálculo pela definição e aplicação das regras de derivação na resolução de exercícios e problemas.

Dos quatro professores observados, um possui o grau acadêmico de Mestre e os restantes três são licenciados. Durante as aulas, constatou-se a predominância de uma metodologia tradicional de ensino, centrada essencialmente na exposição oral dos conteúdos e na resolução mecânica de exercícios, com reduzida participação ativa dos estudantes no processo de construção do conhecimento.

A observação incidiu sobre os seguintes aspectos:

- Organização e sequenciação dos conteúdos abordados;
- Estruturação das funções didáticas ao longo da aula;
- Utilização das Tecnologias digitais no ensino da derivada;
- Estratégias empregues na formação e consolidação dos conceitos de limite continuidade de funções, reta tangente e regras de derivação;
- Domínio científico e clareza na abordagem dos conteúdos;
- Elaboração do conceito de derivada;
- Aplicação de metodologias ativas que estimulam a participação e a colaboração dos estudantes.

Verificou-se que os docentes demonstraram domínio satisfatório dos conteúdos trabalhados, apresentando explicações coerentes e adequadas ao nível dos alunos. Contudo, observou-se a ausência do uso de recursos tecnológicos no processo de ensino, em especial de *softwares* matemáticos como o GeoGebra. A utilização desse tipo de ferramenta poderia favorecer a visualização gráfica, ampliar a interpretação geométrica da derivada e proporcionar uma compreensão mais dinâmica e interativa dos conceitos matemáticos.

Além disso, notou-se que a falta de estratégias interativas limitava, em alguns momentos, o envolvimento dos estudantes nas atividades propostas, tornando o processo de aprendizagem mais centrado no docente do que na participação ativa dos discentes. Nesse sentido, a integração de metodologias ativas associadas ao uso de tecnologias digitais apresenta-se como uma possibilidade relevante para tornar o ensino da Matemática e da derivada mais significativo, investigativo e contextualizado.

Análise documental

O conteúdo sobre derivadas nos manuais utilizados pelo Instituto não é tratado de forma eficiente e aprofundada, o que tem dificultado o trabalho dos professores e a adoção de livros de outros autores, desde que estejam alinhados ao programa orientador disponibilizado pelo Ministério da Educação.

O tema derivada está presente nos programas de Matemática da 11ª e 12ª classes.

- Na 11ª classe, o estudo da derivada abrange funções afins, polinomiais de 2º e 3º grau e funções racionais.

- Na 12ª classe, o conteúdo torna-se mais formal, incluindo funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas.

À medida que novos subtemas são introduzidos, como o cálculo de derivadas por meio de regras, os estudantes tendem a esquecer conceitos fundamentais já abordados, como o da derivada em um ponto. Cabe ao professor equilibrar tarefas que exigem o uso das regras de derivação com outras que reforcem a compreensão conceitual.

No programa da 12ª classe, o tema Introdução ao Cálculo Diferencial não contempla a resolução de problemas, limitando-se ao subtema de máximos e mínimos, uma das aplicações da derivada. Consideramos essencial incluir um tópico específico sobre resolução de problemas envolvendo derivadas, dada sua relevância para o desenvolvimento científico e tecnológico, tornando o ensino mais desafiador, dinâmico e motivador.

Além disso, destacam-se outras insuficiências no programa:

- Objetivos específicos pouco claros para cada subtema e ausência de orientações metodológicas.
- Falta de sistematização dos temas relacionados a problemas de otimização, máximos e mínimos.
- Bibliografia insuficiente diante da complexidade dos conteúdos programáticos.

Questionário

O questionário desta pesquisa foi aplicado a quatro professores: dois que lecionam a 12ª classe nos cursos anteriormente referidos e dois da 11ª classe.

A sua elaboração considerou diferentes dimensões, com o objetivo de avaliar o grau de conhecimento e as dificuldades relacionadas ao ensino da derivada, especialmente sob uma perspectiva problematizadora. As dimensões contempladas foram:

- Dados sociodemográficos dos docentes participantes.
- Uso do *software* GeoGebra no ensino da derivada.
- Motivação no processo de ensino-aprendizagem.
- Principais dificuldades enfrentadas pelos professores e estudantes.
- Rendimento acadêmico

Entrevistas Semiestruturadas

Neste estudo, foram entrevistados quatro professores de Matemática da 12.ª classe do Instituto Politécnico do Chiazi de Cabinda, com faixa etária situada entre 25 e 40 anos e dois estudantes dos cursos de Metalomecânica e Manutenção Industrial, com idades compreendidas entre 17 e 19 anos).

O objetivo foi de recolher informações sobre o ensino da derivada de funções reais de variável real com enfoque na resolução de problemas contextualizados. A entrevista foi guiada por um roteiro de questões estruturado, contemplando aspectos como: nível acadêmico, função exercida, anos de experiência docente, área de formação e especialização, planificação das aulas, dificuldades no ensino da derivada de funções reais de variável real e sua aplicação na resolução de problemas, uso de livros didáticos no ensino técnico-profissional, estratégias de resolução de problemas, utilização de *softwares* matemáticos como o GeoGebra, bem como a articulação entre o programa da disciplina e os manuais de apoio no seu ensino.

Os resultados das entrevistas indicam que os professores reconhecem dificuldades na abordagem do ensino da derivada, sobretudo no que se refere à resolução de problemas. Foi igualmente referido que, de forma geral, não utilizam nenhum *software* matemático nas práticas pedagógicas, embora exista abertura para a diversificação de métodos e da integração das Tecnologias digitais, de modo a facilitar a compreensão dos conteúdos pelos estudantes.

Por outro lado, os docentes apontaram que os alunos apresentam lacunas de conhecimentos em conteúdos prévios, como funções trigonométricas, funções racionais e logarítmicas, limite de funções reais de variável real, formas indeterminadas, continuidade de funções, etc, o que compromete a simplificação de expressões algébricas e, consequentemente, o processo de derivação de funções. Esses erros tendem a ser transportados para a aplicação das regras de derivação, especialmente no estudo da função composta.

Desta forma, Flemming e Gonçalves (2007, p. 89) argumentam que as regras de derivação são frequentemente ensinadas como procedimentos mecânicos, o que favorece a memorização em detrimento da compreensão conceitual, originando dificuldades persistentes na aprendizagem.

Apesar dessas dificuldades, é possível afirmar que o ensino da derivada exige, por parte dos professores, a adoção de metodologias adequadas e alinhadas com os objetivos de aprendizagem, de modo a promover uma compreensão significativa dos conteúdos.

Por outro lado, observa-se que fatores como a falta de atenção dos estudantes, o reduzido interesse pela disciplina e a insuficiente participação dos encarregados de educação no processo de ensino contribuem para a fraca assimilação dos conteúdos matemáticos. Alguns alunos também referem dificuldades relacionadas com a prática pedagógica, como explicações pouco claras, gestão inadequada da disciplina em sala de aula e limitação na correção de exercícios.

Diante dessa situação, reforça-se a importância de considerar que os estudantes apresentam diferentes ritmos de aprendizagem e níveis de assimilação, não sendo adequado exigir a memorização acelerada de conteúdos complexos, uma vez que o desenvolvimento cognitivo é um processo gradual no qual os discentes evoluem da dependência da ação e da percepção para formas de pensamento mais abstratas e estruturadas.

Nesse contexto, os estudantes apontaram como uma das dificuldades a falta de atenção e acompanhamento por parte dos professores, fator que, segundo as suas percepções, contribui para o baixo desempenho na disciplina.

O ensino deve ser compreendido como um processo contínuo e progressivo, fundamental para o sucesso acadêmico dos alunos da 12ª classe.

Teste diagnóstico

O pré-teste aplicado aos estudantes continha três questões, duas relacionadas com o cálculo da derivada pela definição e pelas regras de derivação, e uma terceira de aplicação em contexto físico.

A seguir apresentam-se o enunciado e o quadro que espelha esses resultados.

1- Determine, pela definição, a derivada da função $f(x) = 3x^2 - 10$ no ponto $x_0 = 0{,}5$.

2- Determina a derivada da seguinte função $f(x)$ aplicando as regras.

$$f(x) = 3x^4 + \sqrt{x} + 9x^2 - \frac{4}{5}$$

3- Um objeto esférico é solto e desce em um plano inclinado. A distância f, em metros, percorrida pelo objeto x segundos após ter sido largado, é dada por: $f(x) = 2x^2 + 6x$. Determine a velocidade média do objeto, considerando o intervalo de tempo: 2 a $2{,}1$ segundos.

O quadro abaixo ilustra os resultados obtidos pelos estudantes desse Instituto Médio.

Quadro 3. Resultados do Pré-teste dos alunos da 12ª classe do IPCH

Curso	**Quantidade de alunos com notas positivas**	**%**	**Quantidade de alunos com notas negativas**	**%**
Petroquímica	7	20	28	80
Ambiente Controle e Qualidade	5	14	30	86
Metalomecânica	0	0	35	100
Manutenção Industrial	0	0	35	100
Total	**12**	**9**	**128**	**91**

Fonte: Elaboração do autor/2025

Como se observa no quadro de resultados do pré-teste, os estudantes apresentaram inicialmente um baixo nível de domínio dos conteúdos relacionados com a derivada, sobretudo na resolução de problemas. No curso de Petroquímica, 80% dos alunos obtiveram desempenho negativo; em Ambiente e Controle de Qualidade, 86% apresentaram resultados insatisfatórios; e nos cursos de Manutenção Industrial e Metalomecânica verificou-se 100% de reprovação. No conjunto, o desempenho global indicava 91% de resultados negativos e apenas 9% de aprovação.

A análise qualitativa do pré-teste revelou ainda dificuldades significativas na interpretação de enunciados, organização de dados e modelação matemática, evidenciadas especialmente na terceira questão, considerada a mais complexa, na qual nenhum estudante conseguiu estruturar adequadamente a resolução. Estas fragilidades estendem-se a diferentes dimensões do conhecimento da derivada, incluindo a compreensão conceitual, aplicação de regras de derivação, interpretação geométrica e resolução de problemas em contextos aplicados.

Esse desempenho está alinhado com a literatura, que aponta a derivada como um dos conceitos mais complexos do Cálculo (Pinto, 2008), devido ao seu nível de abstração e às múltiplas representações envolvidas. Brito (2013) acrescenta que as dificuldades decorrem tanto da complexidade conceitual como da fragilidade do conceito-imagem associado à noção de tangência. Caraça (2014) reforça ainda a presença de erros processuais e conceituais, frequentemente associados a lacunas na compreensão do conceito de limite, base fundamental da derivada.

Esses resultados também refletem limitações recorrentes no processo de ensino-aprendizagem, relacionadas com metodologias centradas na exposição e na aplicação mecânica de regras, bem como com dificuldades na abordagem da resolução de problemas e na utilização de estratégias didáticas mais investigativas. Silva e Costa (2013) sublinham que o ensino da derivada exige escolhas metodológicas criteriosas, capazes de promover o raciocínio matemático e a compreensão conceitual, o que nem sempre ocorre de forma consistente na prática escolar.

Diante deste cenário, foi implementada uma intervenção pedagógica intensiva no Instituto Politécnico do Chiazi, envolvendo os cursos de Petroquímica, Ambiente e Controle de Qualidade, Manutenção Industrial e Metalomecânica, com duração de três semanas e foco na problematização do ensino da derivada.

Após a intervenção, os resultados do pós-teste indicaram uma melhoria expressiva do desempenho, com 99% dos estudantes classificados como aptos, contrastando com os 91% de insucesso verificados no diagnóstico inicial. À primeira vista, estes dados sugerem um impacto altamente positivo da intervenção, particularmente no desenvolvimento da compreensão conceitual e na resolução de problemas envolvendo derivadas.

Contudo, a interpretação deste salto percentual deve ser feita com prudência. A curta duração da intervenção (três semanas) limita a possibilidade de inferir efeitos duradouros sobre a aprendizagem, podendo os resultados refletir sobretudo um efeito de curto prazo associado à exposição intensiva ao conteúdo. Além disso, a ausência de um grupo de controle impede isolar o impacto específico da intervenção, não sendo possível excluir influências externas, como treino adicional, repetição de tarefas ou estratégias de familiarização com o formato do teste.

Outro aspecto a considerar é o possível efeito de familiarização com os instrumentos de avaliação, uma vez que os estudantes podem ter melhorado o desempenho não necessariamente por consolidação conceitual profunda, mas por reconhecimento de padrões de resolução e adaptação às exigências do pós-teste. Soma-se ainda o fato de não se dispor de medidas de retenção a médio ou longo prazo, o que limita a validade externa dos resultados.

Assim, embora os dados sugiram uma evolução significativa após a intervenção, as conclusões devem ser interpretadas como indicativas de potencial eficácia da abordagem problematizadora no ensino da derivada, e não como prova definitiva de sua eficácia generalizada. Estudos futuros com maior duração, grupos de controlo e avaliação longitudinal são necessários para validar de forma mais robusta esses resultados.

Procedimentos de implementação das atividades com geogebra

Ao longo desse período, foram desenvolvidas várias atividades pedagógicas intensivas, centradas na compreensão conceitual e na aplicação prática da derivada. A intervenção foi organizada em uma sequência didática de 21 dias, estruturada em três fases estratégicas, fundamentadas na abordagem problematizadora, com o objetivo de promover uma aprendizagem mais ativa, contextualizada e significativa.

1. Fase: Problematização Desestabilizadora: Inicialmente, foi apresentada aos alunos uma situação-problema contextualizada (ex: a variação do espaço em função do tempo de um corpo em aceleração). O desafio consistia em determinar a velocidade exata em um único instante t. Sem o algoritmo da derivada, os alunos recorreram à fórmula da velocidade média ($v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$), percebendo a impossibilidade de dividir por zero quando o intervalo de tempo se anula. Isto gerou o conflito cognitivo necessário para a busca de uma nova solução.

2. Fase: Investigação Dinâmica no GeoGebra: Munidos de um roteiro impresso orientador, os participantes acessaram o GeoGebra e foram instruídos a plotar a função do problema e criar uma reta secante ligando dois pontos (P e Q). Ao associarem a distância horizontal entre os pontos a uma variável h controlada por um deslizante, os estudantes começaram a diminuir o valor de h. Visualmente, eles observaram o ponto Q deslizar sobre a curva em direção ao ponto P, a reta secante se transformar continuamente na reta tangente.

3. Fase: Síntese Coletiva e Ancoragem: Após a experiência visual, os pesquisadores conduziram uma discussão com os estudantes. Partindo do que eles viram na tela (a reta tangente como o limite das inclinações das secantes), formalizou-se algebricamente do limite do cociente. Desse modo, o formalismo matemático foi introduzido como uma resposta natural à experiência vivida no *software* GeoGebra.

As fases e atividades foram implementadas em três semanas, o que, embora curto, permitiu uma intervenção intensiva e focalizada nas dificuldades identificadas. Este formato favoreceu o acompanhamento próximo dos estudantes e a rápida mobilização de estratégias de apoio. Apesar da limitação temporal, verificou-se elevada motivação e participação ativa, sugerindo envolvimento consistente dos alunos no processo de aprendizagem.

A seguir apresentam-se algumas das atividades desenvolvidas naquela instituição:

Atividade 1. Uso do *software* GeoGebra na introdução do conceito da derivada.

Esta atividade tinha como objetivo introduzir o conceito da derivada da função $f(x) = senx$ usando o GeoGebra.

Para isso, seguem-se os seguintes passos:

1º Passo: Abra o programa.

2º Passo: Insira na zona de entrada a função $f(x) = sen(x)$ e dê Enter.

3º Passo: Selecione a ferramenta Novo Ponto e clique na representação gráfica da função $f(x)$ para criar o ponto A sobre o gráfico de $f(x)$.

4º Passo: Ative a ferramenta tangente e clique sobre o ponto A e o gráfico de $f(x)$ renomeie T a tangente (clique a direita sobre ela e renomeie o ponto).

5º Passo: Selecione a ferramenta Elige e Move e arraste o ponto A.

6º Passo: Ative a ferramenta pendente e clique sobre a tangente traçada no ponto A.

7º Passo: Selecione a ferramenta Elige e Move e arraste o ponto A; em seguida, observe o movimento da tangente e da pendente m correspondente.

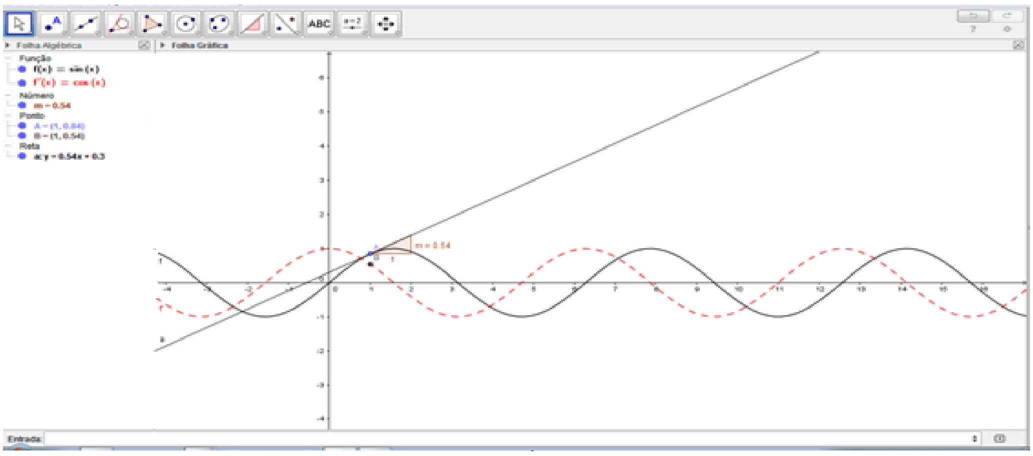
8º Passo: Tecle $B = (x(A), m)$ e ative o traço deste ponto (clique a direita sobre B).

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

9º Passo: Selecione novamente a ferramenta Elige e Move e arraste o ponto A; em seguida, observe o movimento da tangente e da pendente m correspondente.

10º Passo: Vá a Tecla o comando derivada $[f]$ na barra de entrada e clique para que se tenha a derivada desta função que é $f'(x) = cos(x)$, conforme ilustra a figura 1.

Figura 1. Obtenção do conceito da derivada a partir da função$f(x) = senx$



Atividade 2. Representação gráfica da parábola $f(x) = -\frac{1}{10}x^2 + x$.

Objetivo foi demonstrar aos alunos por meio do GeoGebra o esboço gráfico da parábola com concavidade voltada para baixo.

Para tal, é necessário seguir determinados passos metodológicos:

1º Passo: Introduza a função $f(x) = -\frac{1}{10}x^2 + x$, na barra de entrada e dê Enter para mostrar o gráfico na zona correspondente e a função na janela algébrica.

2º Passo: Selecione a opção Novo Ponto, crie dois pontos A e B, sobre a parábola, em seguida, escolha o botão 1 e arraste o ponto A para as coordenadas $(1;\ 0,9)$ e o ponto B para as coordenadas $(9;\ 0,9)$.

3º Passo: Renomeie os pontos, na janela algébrica, clique com o botão do rato sobre o ponto A escolha a opção renomeie para renomear os pontos A por P e B por Q.

4º Passo: Trace uma reta que passa pelos pontos P e Q, escolhendo a opção reta definida por dois pontos no botão 3, em seguida, renomeie a reta secante a por S, clicando com o botão do rato sobre a reta e escolha a opção propriedade e altere a cor da reta secante.

5º Passo: Trace uma reta tangente a f passando por P, escolha no botão a opção reta tangente, em seguida, clique sobre a curva e no ponto P. Logo após, renomeie a reta tangente

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

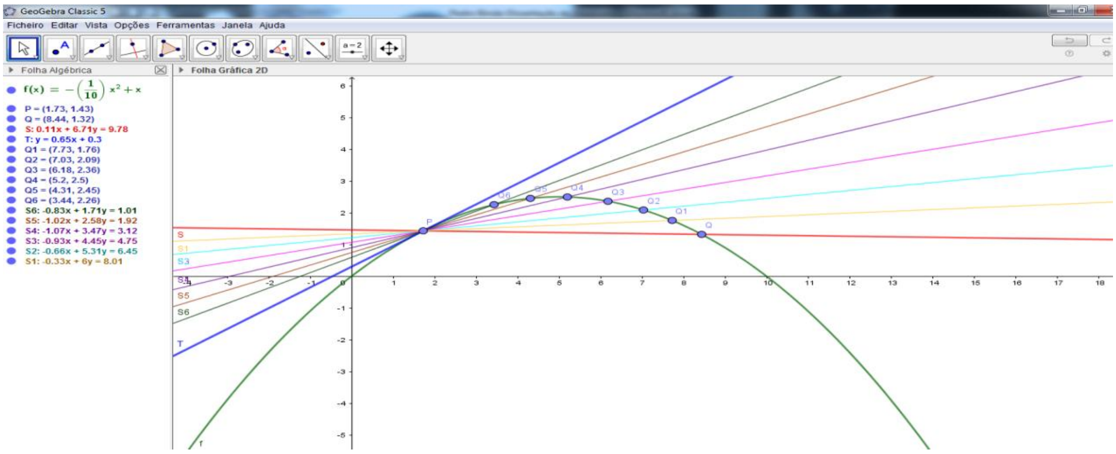
por T clicando com o botão direito do rato sobre essa reta, escolha a opção propriedades e altere a sua espessura.

6º Passo: Faça o ponto Q tender a P, de maneira que Q esteja próximo de P e trace as retas secantes passando por P e outro ponto acima de Q, sendo que P é fixo.

7º Passo: Repita o 4º Passo e escolha um ponto Q_1 mais próximo de Q em seguida trace uma reta secante S_1 e altere a sua cor.

De forma análoga, faça o mesmo com os pontos $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6$, para obter as retas secantes $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$, alterando a cor de cada uma delas. O cumprimento desses passos resulta na seguinte figura:

Figura 2. Retas secantes S_1,S_2, S_3, S_4, S_5e S_6.



Fonte: Gerado por GeoGebra

Para mostrar como o coeficiente angular de cada reta secante se aproxima da reta tangente, na janela algébrica clique com o botão direito do rato em cada uma das equações das retas e escolha a opção equação $y = ax + b$.

O gráfico mostra que o ponto Q tende a P através de $Q_1, Q_2, Q_{3,} Q_4, Q_5, Q_6$, e o valor do coeficiente angular das secantes se aproxima cada vez mais da reta tangente a T.

Actividade 3. Problema contextualizado

Numa indústria, o gasto para produzir x produtos é dado em kwanzas, por $\frac{1}{4}x^2 + 35x + 25$ e o preço de venda de cada produto, é $50 - \frac{1}{2}x$ nessa moeda.

a) Qual deve ser a produção diária para se obter um lucro máximo na venda de x produtos?

b) Qual é o custo unitário de cada produto para ter um lucro máximo?

Na resolução desse problema, o professor deve seguir as quatro etapas estabelecidas por Polya.

1. Compreensão do problema: Nessa etapa, o aluno procura compreender o enunciado e extrair os dados do problema. No entanto, trata-se de um problema econômico. Nele consideram-se duas funções contínuas e deriváveis em R: $L(x)$ e $C(x)$

$C(x) = \frac{C(x)}{x}$

2. Estabelecimento de um plano: Nessa etapa, o aluno escreve a função que determina o valor máximo, ou seja.

$$L(x) = x.\left(50 - \frac{1}{2}x\right) - \left(\frac{1}{4}x^2 + 35x + 25\right)$$

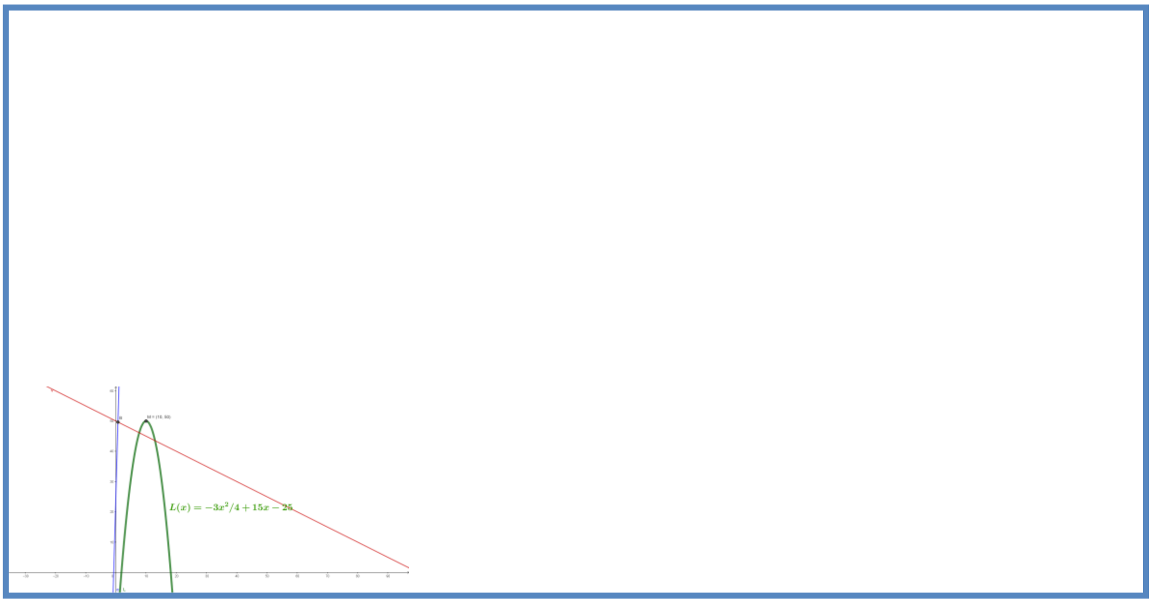
3. Execução do problema: é a etapa, de resolução do problema onde o estudante efetua a multiplicação de x pela expressão $50 - \frac{1}{2}x$ e subtrai com $\frac{1}{4}x^2 + 35x + 25$, em seguida, reduz os termos semelhantes obtendo a seguinte função:

$$L(x) = 50x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^2 - 35x - 25$$

$$L(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 15x - 25$$

Utilizando o *software* GeoGebra, obtém-se a seguinte representação gráfica.

Gráfico 1. Determinação do ponto máximo



Fonte: Gerado por GeoGebra.

O gráfico mostra que a concavidade da parábola está voltada para baixo e que o seu vértice se encontra no ponto M, com coordenadas $(10, 50)$. A reta intercepta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada 50.

Derivando a função $L(x)$ igualando $L'(x)$ a zero e calculando, obtemos:

$L'(x) = -\frac{3.2.x}{4} + 15 \Rightarrow L'(x) = -\frac{6}{4}x + 15$

$$L'(x) = -\frac{3}{2}x + 15$$

$L'(x) = 0 \Rightarrow -\frac{3x}{2} + 15 = 0 \Rightarrow -3x = -30 \Rightarrow x = 10$

$L''(x) = -\frac{3}{2} < 0.$

Como a segunda derivada é menor que zero, o ponto é de máximo, logo para $x = 10$, lucro é máximo ou seja:

$$L(10) = -\frac{3 \times 10^2}{4} + 15 \times 10 - 25$$

$$L(10) = -\frac{3 \times 100}{4} + 150 - 25$$

$$L(10) = 50$$

Neste caso, a produção diária deve ser aumentada em 10 unidades dos produtos. Assim, o lucro associado a esse acréscimo de produção é de 50 kwanzas.

A expressão do custo unitário é determinada por:

$C(x) = \frac{C(x)}{x}$

$C(x) = \frac{\frac{1}{4}x^2 + 35x + 25}{x} \Rightarrow C(x) = \frac{1}{4}x + 35 + \frac{25}{x}$

$$C'(x) = \frac{1}{4} - \frac{25}{x^2}$$

$C'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{25}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x_1 = 10$ e $x_2 = -10.$

$$C''(x) = -25.(-2).x^{-3} \Rightarrow C''(x) = \frac{50}{x^3}$$

$C''(x) = \frac{50}{10^3} = \frac{50}{1000}$

$C''(x) = \frac{1}{20} > 0 \rightarrow$ Ponto de mínimo.

4. Verificação

O processo da verificação é feito membro a membro.

Portanto, o custo unitário de cada produto é de 10 kwanzas (moeda angolana).

Teste de avaliação final

Quadro 4. Resultados do pós-teste aplicado aos alunos da 12ª classe

Cursos Ministrados	Total dos alunos participantes	Quantidade dos alunos com notas positivas	%	Quantidade dos alunos com notas negativas	%
Petroquímica	35	35	100	0	0
Ambiente e Controle de Qualidade	35	35	100	0	0
Metalomecânica	35	35	100	0	0
Manutenção Industrial	35	34	97	1	3
Total	**140**	**139**	**99**	**1**	**1**

Fonte: Elaborado pelos autores

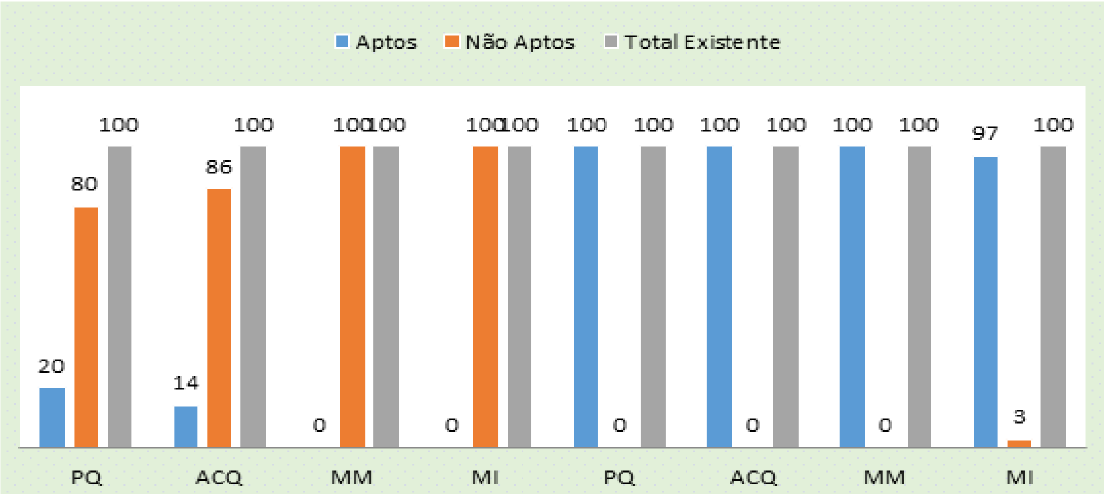
Os resultados do pós-teste mostram um desempenho globalmente superior ao do pré-teste, com 100% de aproveitamento satisfatório nos cursos de Petroquímica, Ambiente e Controlo de Qualidade e Metalomecânica, e 97% no curso de Manutenção Industrial, totalizando 99% de resultados positivos.

Embora estes dados indiquem uma melhoria significativa, a sua interpretação deve ser cautelosa devido a limitações do estudo, nomeadamente o curto período de intervenção (três semanas), a ausência de grupo de controle e o possível efeito de familiarização com o teste. Estes fatores impedem a atribuição causal exclusiva da melhoria ao uso do GeoGebra.

Ainda assim, os resultados sugerem uma tendência positiva associada ao uso do GeoGebra na resolução de problemas, com maior recurso à visualização, modelação e aplicação das etapas de Pólya, favorecendo a compreensão de conceitos como a derivada e o desenvolvimento de competências matemáticas essenciais.

Assim, a hipótese inicial é parcialmente corroborada, mas os achados devem ser considerados indicativos, carecendo de validação em estudos com maior duração e desenho experimental mais robusto.

Gráfico 2. Resultados comparativos de pré-teste e pós-teste aplicados aos alunos da 12ª classe



Fonte: Elaborado no Excel /2025

No Gráfico 2, observa-se uma melhoria no desempenho dos alunos, com 99% a alcançar resultados satisfatórios e 1% resultados negativos, atribuídos a dificuldades no uso do GeoGebra. Comparativamente ao pré-teste, em que 91% apresentavam desempenho insatisfatório, verifica-se uma evolução significativa no pós-teste, sugerindo melhoria do rendimento acadêmico após a intervenção.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados empíricos desta investigação indicam que a articulação entre a abordagem problematizadora e o uso do GeoGebra contribuiu para a melhoria do desempenho dos estudantes na introdução ao cálculo diferencial no Instituto Politécnico do Chiazi. O desempenho no pós-teste sugere progressos na transição de um pensamento predominantemente algorítmico para uma compreensão mais dinâmica dos conceitos, favorecendo a articulação entre representações algébricas e geométricas. À luz da Teoria da Aprendizagem Significativa e da teoria de Galperin, a manipulação dinâmica do conceito de derivada permitiu aos estudantes estabelecer relações mais consistentes entre o significado geométrico da tangente e a sua expressão analítica. Paralelamente, a aplicação das etapas heurísticas de George Pólya mostrou-se relevante na estruturação do processo de resolução de problemas e na redução de dificuldades de interpretação e modelação.

Apesar destes resultados, a interpretação deve ser feita com prudência, tendo em conta limitações metodológicas relevantes. O estudo foi realizado num único contexto institucional e num período de intervenção reduzido, o que limita a possibilidade de generalização dos resultados. Além disso, não houve controle de variáveis como o efeito de familiarização com os instrumentos de avaliação, diferenças de conhecimentos prévios ou a ausência de acompanhamento longitudinal, o que restringe a atribuição causal dos efeitos observados exclusivamente à intervenção com o GeoGebra.

Assim, os resultados devem ser entendidos como indicativos e contextuais, não sendo extrapoláveis para outros sistemas de ensino sem validação adicional.

Como agenda futura de investigação, recomenda-se a ampliação da amostra para diferentes instituições e contextos educativos, a realização de estudos longitudinais para avaliar a estabilidade das aprendizagens ao longo do tempo e o desenvolvimento de desenhos quase-experimentais com grupos de controle, de modo a permitir a comparação entre metodologias e a estimativa mais rigorosa do efeito da utilização do GeoGebra no ensino do cálculo diferencial.

REFERÊNCIAS

ÁLVAREZ GÓMEZ, R. **Os métodos problemáticos como via para o desenvolvimento do pensamento criador no ensino de tática geral**. Dissertação (Mestrado) – Havana, Cuba, 1988.

AUSUBEL, D. P. **The acquisition and retention of knowledge**: a cognitive view. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 212.

BRITO, J. C. **O cálculo diferencial e integral como ferramenta interdisciplinar no ensino médio**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2013. p. 76.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Apresentação de Benedito Antônio da Silva. São Paulo: Ática, 2008.

BUELA, José Evangelista Xavier. **Alternativa didáctica para o ensino da derivada de funções com enfoque problemático mediante o software matemático GeoGebra na 12.ª classe no Instituto Médio Politécnico de Chiazi**. Dissertação (Mestrado). Cabinda, 2021.

BUENO, D. **Metodologia para a criação de situações problemáticas e sua introdução no processo de ensino-aprendizagem**. Dissertação (Mestrado) – Havana, Cuba, 1989.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 1. ed. Lisboa: [s.n.], 2014. p. 56.

CHEVALLARD, Yves. **As perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica**. In: Didáticas da Matemática: Conceitos Fundamentais da Didática. Direção de Jean Brun. [S.I.]: [s.n.], 1991.

D'AMBRÓSIO, B. S. **Dificuldades na aprendizagem da matemática**. [S.I.]: [s.n.], 2010. p. 7.
DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berne: Peter Lang, 1995. 396 p.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A**: funções, limite, derivação e integração. 6. ed. São Paulo: [s.n.], 2007. p. 89.

FONSECA, M. G. **As tecnologias de informação e comunicação na formação inicial de professores do 1.º ciclo do ensino básico**: crenças e perspetivas de formadores. Lisboa: [s.n.], 2018.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GALPERIN, A. P. **En qué medida es aplicable el concepto caja negra en la psicología del aprendizaje**. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1989. p. 56.

GUANCHE, Adania. **O ensino problemático no ensino das Ciências Naturais em quinto ano**. Dissertação (Mestrado) – Havana, Cuba, 1989.

HOFFMANN, Jussara. **Avaliar para promover**: as setas do caminho. PA: Mediação, 2001.

JUNGK, W. **Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la Matemática 2**. Primera parte. La Habana: Editorial Libros para la Educación, 1982.

MABUNDA, E. G. et al**. Sebenta da didáctica geral**. Maputo: [s.n.], 2016. p. 89.

MAJMÚTOV, M. I. **La enseñanza problémica**. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

MENDONÇA, M. C. **Problematização**: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisas em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

PEDUZZI, L. O. **As concepções espontâneas, a resolução de problemas e a história e filosofia da ciência em um curso de mecânica**. 1998. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1998. p. 8.

PEREIRA, B. T.; FREITAS, M. **O uso das tecnologias da informação e comunicação**. [S.l.]: [s.n.], 2016.

PINTO, G. M. F. **Compreensão gráfica da derivada de uma função real em um curso de cálculo semipresencial**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008. p. 7.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. p. 7-8.

POZO, J. I.; ANGÓN, Y. P. **A solução de problemas como conteúdo procedimental da educação básica**. In: POZO, J. I. (Org.). A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 139-165.

SCHMIDT, J. H. **Formação de professores na Escola de Vera**. [S.l.]: [s.n.], 2007. p. 56.

SILVA, Alexandra Virgínia Valente da; COSTA, Lucélida de Fátima Maia da. **A resolução de problemas como metodologia de ensino da Matemática**: o caso dos alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual São José Operário. REVEMAT, Florianópolis, v. 8, ed. especial, p. 134-152, 2013.

VILLAS BOAS, Benigna M. de F. **Portfólio, avaliação e trabalho pedagógico. Campinas**: Papirus, 2004.