v7.n12.2026

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

# DEPENDÊNCIA DO ATRITO NA REESTRUTURAÇÃO TRANSITÓRIA DO PERFIL VERTICAL DE VELOCIDADE

## *FRICTION DEPENDENCE OF TRANSIENT VERTICAL VELOCITY-PROFILE RESTRUCTURING*

## *DEPENDENCIA DE LA FRICCIÓN EN LA REESTRUCTURACIÓN TRANSITORIA DEL PERFIL VERTICAL DE VELOCIDAD*

Sérgio Antônio Brum Junior[1], Stênio Cavalier Cabral[2], Gustavo Savaris[3], Fábio Araújo Pereira[4], Isabella de Azevedo Carvalho Brum[5], Francis Bento Marques[6]

https://doi.org/10.47820/recima21.v7i12.9685

PUBLICADO: 12/2026

**RESUMO**

Os escoamentos granulares são comumente caracterizados pela velocidade média e pela espessura do escoamento, mas sua estrutura interna pode evoluir à medida que uma massa em movimento perde quantidade de movimento. A estrutura vertical da velocidade e o cisalhamento já são conhecidos por influenciar escoamentos granulares e granulares–fluidos. No presente trabalho, analisa-se se a desaceleração está associada apenas a uma reescala do perfil vertical de velocidade ou também a alterações de sua forma normalizada. Foram utilizados resultados de simulações CFD–DEM com resolução por partícula, abrangendo dois ambientes, cinco coeficientes de atrito e cinco posições físicas. A mudança da forma dos perfis foi quantificada após a normalização da velocidade e da espessura. A comparação entre os estados cinemáticos relativos q = 1,00 e q = 0,26 revelou aumento do gradiente vertical normalizado em 44 das 50 situações analisadas. As medianas das diferenças observadas aumentaram entre os níveis de atrito considerados, embora essa tendência não tenha sido estritamente crescente para todas as medidas de tendência central. Também foram observadas diferenças entre as posições físicas e entre os ambientes. Os resultados caracterizam o comportamento do sistema nas condições numéricas investigadas e fornecem elementos para avaliar a hipótese de invariância do perfil vertical normalizado durante a desaceleração.

**PALAVRAS-CHAVE**: Transporte sedimentar. Atrito de contato. CFD-DEM. Escoamento bifásico. Dinâmica temporal.

[1] Doutor e mestre em Engenharia Civil pela Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF). Graduado em Engenharia Civil e Engenharia Mecânica pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE) e especialista em Administração Financeira, Contábil e Controladoria. Vinculado à Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

[2] Doutor e mestre em Engenharia e Ciência dos Materiais pela Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF). Licenciado em Ciências, com habilitação em Física, e especialista em Física. Professor da Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), com atuação em materiais compósitos, caracterização de materiais, concreto sustentável e estruturas.

[3] Doutor em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), mestre em Engenharia Civil pela Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF) e graduado em Engenharia Civil pela UNIOESTE. Realizou pós-doutorado na Universidade Estadual de Maringá e na Oregon State University. Professor associado da UTFPR, com atuação em estruturas, materiais de construção e sustentabilidade.

[4] Mestre em Engenharia Civil pela Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro (UENF) e graduado em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Vinculado à Universidade Federal do Amapá (UNIFAP), com experiência em Geotecnia, mecânica dos solos, fundações e métodos numéricos.

[5] Graduada em Administração pela Universidade Salgado de Oliveira (2007), com experiência na área de Administração.

[6] Doutor em Gestão e Organização do Conhecimento pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), com período de estudos na Universidade de Viena. Mestre em Tecnologia, Ambiente e Sociedade pela Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri (UFVJM), especialista em Engenharia de Sistemas e graduado em Sistemas de Informação. Técnico de Laboratório de Informática da UFVJM, Campus Mucuri.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

***ABSTRACT***
*Granular flows are commonly characterized by mean velocity and flow thickness, but their internal structure can evolve as a moving mass loses momentum. The vertical velocity structure and shear are already known to influence granular and granular–fluid flows. The present study investigates whether deceleration is associated only with a rescaling of the vertical velocity profile or also with changes in its normalized shape. Results from particle-resolved CFD–DEM simulations were analyzed for two environments, five friction coefficients, and five physical positions. Changes in profile shape were quantified after velocity and thickness normalization. The comparison between the relative kinematic states q = 1.00 and q = 0.26 showed an increase in the normalized vertical gradient in 44 of the 50 analyzed situations. The median differences increased across the investigated friction levels, although this trend was not strictly increasing for all measures of central tendency. Differences were also observed among physical positions and between environments. The results characterize the system under the investigated numerical conditions and provide information for evaluating the assumption of an invariant normalized vertical profile during deceleration.*

***KEYWORDS****: Sediment transport. Contact friction. CFD-DEM. Two-phase flow. Temporal dynamics.*

***RESUMEN***
*Los flujos granulares suelen caracterizarse por la velocidad media y el espesor del flujo, pero su estructura interna puede evolucionar a medida que una masa en movimiento pierde cantidad de movimiento. Se sabe que la estructura vertical de la velocidad y la cizalladura influyen en los flujos granulares y granulares–fluidos. En el presente trabajo, se analiza si la desaceleración está asociada únicamente a una reescala del perfil vertical de velocidad o también a cambios en su forma normalizada. Se utilizaron resultados de simulaciones CFD–DEM con resolución por partícula, que abarcan dos ambientes, cinco coeficientes de fricción y cinco posiciones físicas. El cambio en la forma de los perfiles se cuantificó después de la normalización de la velocidad y del espesor. La comparación entre los estados cinemáticos relativos q = 1,00 y q = 0,26 reveló un aumento del gradiente vertical normalizado en 44 de las 50 situaciones analizadas. Las medianas de las diferencias observadas aumentaron entre los niveles de fricción considerados, aunque esta tendencia no fue estrictamente creciente para todas las medidas de tendencia central. También se observaron diferencias entre las posiciones físicas y entre los ambientes. Los resultados caracterizan el comportamiento del sistema bajo las condiciones numéricas investigadas y proporcionan elementos para evaluar la hipótesis de invariancia del perfil vertical normalizado durante la desaceleración.*

***PALABRAS CLAVE****: Transporte sedimentario. Fricción de contacto. CFD-DEM. Flujo bifásico. Dinámica temporal.*

## 1. **INTRODUÇÃO**

Os escoamentos granulares são controlados pelos efeitos acoplados da gravidade, dos contatos entre partículas, da resistência basal e, quando presente, de um fluido circundante. O Método dos Elementos Discretos (DEM) resolve explicitamente os contatos entre partículas, enquanto as formulações da Dinâmica dos Fluidos Computacional combinada com o Método dos Elementos Discretos (CFD–DEM) fornecem uma via para representar o acoplamento partícula–fluido. Essas abordagens conectam as interações em escala de partícula ao comportamento



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

global, mas medidas globais, como velocidade média e espessura do escoamento, podem ocultar mudanças na forma como a quantidade de movimento é distribuída ao longo da camada em movimento.

Sabe-se que a estrutura vertical da velocidade é importante em escoamentos granulares e multifásicos impulsionados pela gravidade. Experimentos, modelos contínuos e simulações de partículas documentaram cisalhamento da velocidade, perfis verticais em evolução e desvios da estrutura canônica semelhante à de Bagnold sob condições de escoamento variáveis (Meng *et al.*, 2024; Parez; Aharonov; Toussaint, 2016; Tsai; Cheng; Yang, 2023). Em particular, modelos de escoamentos granulares transitórios descrevem perfis de velocidade evolutivos durante a aceleração e a desaceleração, enquanto estudos contínuos e de elementos discretos descrevem estruturas de velocidade evolutivas ou não Bagnold sob condições variáveis de atrito e escoamento (Liang; Capart, 2024; Tsai; Cheng; Yang, 2023). Assim, nem a existência de cisalhamento vertical nem a deformação transitória do perfil são apresentadas aqui como fenômenos novos. A questão não resolvida abordada por este estudo é mais específica: como quantificar a magnitude da reestruturação transitória do perfil normalizado em diferentes níveis de atrito prescrito e posições físicas, e se sua dependência do atrito varia sistematicamente ao longo do percurso do escoamento?

Se um perfil de velocidade simplesmente sofresse uma reescala durante a desaceleração, a normalização da velocidade pela sua média e da altura pela sua espessura ocupada faria com que os perfis obtidos em diferentes estados cinemáticos colapsassem. Uma mudança persistente após essa normalização indica, em vez disso, uma reestruturação do campo interno de velocidades. Essa distinção é útil porque separa uma mudança na mobilidade de uma mudança na organização interna sem exigir um perfil constitutivo universal. Medições experimentais de perfis instantâneos de velocidade de avalanches granulares também relataram formas de perfil autossimilares apesar da ausência de um estado estacionário (Courrech du Pont *et al.*, 2005). Trabalhos anteriores estabelecem a relevância da evolução transitória do perfil de velocidade; a presente análise, portanto, concentra-se em quantificar a magnitude e a heterogeneidade espacial dessa reestruturação dentro de um delineamento de simulação pareado (Parez; Aharonov; Toussaint, 2016; Liang; Capart, 2024; Tsai; Cheng; Yang, 2023).

O estudo investiga essa distinção utilizando dados temporais registrados nas simulações CFD–DEM, abrangendo dois ambientes, cinco coeficientes de atrito e cinco posições físicas ao longo de uma rampa inclinada. Para cada uma das 50 situações analisadas, foram selecionados quatro estados cinemáticos para a comparação dos perfis verticais normalizados. A principal contribuição é quantificar a mudança da forma dos perfis normalizados entre os estados cinemáticos selecionados e descrever como essa diferença varia entre os coeficientes de atrito



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

e as posições físicas analisadas. A análise utiliza o gradiente vertical normalizado $G_j$ como descritor compacto, complementando essa medida com a comparação direta dos perfis normalizados.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1. Modelagem discreta e acoplamento partícula–fluido

A descrição do comportamento de materiais granulares pode ser realizada em diferentes escalas, desde formulações contínuas baseadas em grandezas médias até modelos que acompanham individualmente as partículas e suas interações. O Método dos Elementos Discretos (DEM) constitui uma abordagem fundamental nesse contexto. Cundall e Strack (1979) estabeleceram a formulação do método como uma representação numérica capaz de descrever o comportamento mecânico de conjuntos de partículas por meio do acompanhamento individual do movimento e das interações de contato. A abordagem permite, portanto, relacionar diretamente a dinâmica macroscópica do material às forças desenvolvidas nas interações entre partículas.

O desenvolvimento de modelos de partículas também estabeleceu uma conexão entre a descrição discreta da fase granular e a representação contínua da fase fluida. Deen *et al.* (2007) revisaram modelos de partículas nos quais a fase gasosa é descrita como contínua enquanto as partículas são tratadas individualmente, considerando explicitamente as interações partícula–partícula e partícula–fluido. Essa abordagem ocupa uma posição intermediária entre descrições microscópicas e modelos macroscópicos e pode fornecer informações utilizadas na formulação de modelos de maior escala.

Nesse contexto, a combinação entre a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) e o DEM permite representar simultaneamente a dinâmica da fase fluida e o movimento das partículas. El-Emam *et al.* (2021) sistematizaram os principais aspectos das formulações CFD–DEM, incluindo a descrição da fase fluida, o movimento das partículas, as interações partícula–partícula e partícula–fluido, os procedimentos de acoplamento e as correlações empregadas para representar as forças de interação. A revisão também evidencia que a escolha do esquema de acoplamento e das relações de fechamento constitui parte importante da formulação numérica.

Wang *et al*. (2023) revisaram aplicações do CFD–DEM em problemas de escoamento partícula–fluido na engenharia de petróleo, discutindo diferentes esquemas de acoplamento e suas limitações. Em conjunto com as contribuições de El-Emam *et al*. (2021) e Zhu *et al*. (2007), esses estudos ressaltam a importância de representar as interações entre partículas e fluido para



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

relacionar os mecanismos microscópicos ao comportamento macroscópico dos sistemas particulados.

**2.2. Escoamentos granulares densos, atrito e estrutura de velocidade**

A dinâmica dos escoamentos granulares densos é determinada por uma combinação de gravidade, tensões internas, contatos entre partículas e resistência ao movimento. Forterre e Pouliquen (2008) sintetizaram o conhecimento sobre escoamentos de materiais granulares densos e sem coesão, destacando a existência de um regime caracterizado por contatos persistentes e mostrando que a relação entre tensão e taxa de cisalhamento pode ser descrita, em determinadas condições, por uma reologia friccional viscoplástica. Essa formulação fornece uma base para compreender por que o atrito e o estado de cisalhamento desempenham papel central na dinâmica granular.

Jop, Forterre e Pouliquen (2006) propuseram uma lei constitutiva para escoamentos granulares densos baseada em uma analogia com materiais viscoplásticos. A formulação considera a existência de um limiar de escoamento e uma dependência complexa entre tensão e taxa de cisalhamento, tendo sido confrontada com experimentos tridimensionais em escoamentos granulares. Os resultados mostraram que uma formulação viscoplástica pode reproduzir quantitativamente características do escoamento e perfis de velocidade sem a introdução de parâmetros de ajuste adicionais no modelo apresentado pelos autores.

A influência da resistência basal também foi incorporada em modelos destinados à descrição de massas granulares sobre superfícies inclinadas. Pouliquen e Forterre (2002) desenvolveram uma lei de atrito para escoamentos granulares densos sobre uma superfície rugosa inclinada a partir de medições experimentais em escoamentos uniformes. A lei foi posteriormente utilizada em um modelo hidrodinâmico com equações promediadas na profundidade para descrever a evolução de uma massa granular desde sua liberação até a deposição. Os resultados mostraram que a formulação reproduzia quantitativamente a propagação de uma massa liberada sobre uma superfície inicialmente sem partículas, embora apresentasse limitações quando o escoamento era iniciado sobre uma camada granular estática.

A relação entre atrito e evolução do escoamento não é necessariamente representada por um único estado de equilíbrio. Edwards *et al.* (2019) demonstraram a existência de histerese friccional em escoamentos granulares de superfície livre e analisaram sua relação com deposição de partículas. Esse resultado é relevante porque indica que a resposta do material pode depender da trajetória do escoamento e não apenas do estado instantâneo considerado.

Essa dependência da dinâmica granular em relação à estrutura interna do escoamento também é evidenciada por estudos experimentais de escoamentos gravitacionais. Kneller,



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

Bennett e McCaffrey (1999), ao investigarem correntes gravitacionais turbulentas, mostraram que a distribuição vertical da velocidade depende da interação entre os limites inferior e superior da corrente e que a estrutura da turbulência é heterogênea ao longo da espessura do escoamento. Embora o sistema estudado seja uma corrente gravitacional fluida, o trabalho demonstra de maneira direta que a velocidade média global não descreve necessariamente toda a estrutura vertical do movimento.

**2.3. Estrutura vertical da velocidade e perfis não estacionários**

A estrutura vertical da velocidade constitui uma propriedade fundamental para distinguir a mobilidade global de um escoamento de sua organização interna. Courrech du Pont *et al.* (2005) mediram experimentalmente perfis instantâneos de velocidade durante avalanches granulares e observaram que, na profundidade da camada em movimento, o perfil instantâneo apresentava uma forma exponencial, distinta da estrutura linear superior observada em determinados escoamentos estacionários. Os autores também observaram que os perfis instantâneos eram autossimilares mesmo na ausência de um estado estacionário. Esse resultado evidencia que a transitoriedade do estado global não implica, necessariamente, alteração da forma normalizada do perfil. Assim, a evolução da velocidade global deve ser distinguida de possíveis mudanças na organização vertical do movimento.

Em sistemas granular–fluido, Meng *et al*. (2024) analisaram a estrutura vertical e o cisalhamento da velocidade, comparando os perfis observados com diferentes formulações teóricas, incluindo os perfis linear, cúbico e de Bagnold. Essa comparação deve considerar, entretanto, que a reologia granular depende do regime de escoamento e das condições de cisalhamento (Jop; Forterre; Pouliquen, 2006; Forterre; Pouliquen, 2008). Portanto, o afastamento de um perfil canônico não demonstra, isoladamente, a existência de um novo mecanismo físico.

Tsai, Cheng e Yang (2023) abordaram precisamente a transição para estruturas não Bagnold em escoamentos granulares sobre superfícies inclinadas utilizando simulações por elementos discretos. O estudo relaciona essa transição ao desenvolvimento da rede de cadeias de força, reforçando a importância da estrutura interna do material para a forma observada do campo de velocidade. Essa contribuição é particularmente relevante para análises baseadas em DEM porque estabelece uma conexão entre a organização microscópica das forças de contato e mudanças na estrutura macroscópica do escoamento.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

### 2.4. Transitoriedade, aceleração e desaceleração

A evolução dos escoamentos granulares em condições transitórias foi abordada por diferentes formulações e estudos experimentais. Parez, Aharonov e Toussaint (2016) desenvolveram soluções analíticas para a evolução dos perfis de velocidade e tensão durante a aceleração e a desaceleração sobre um plano inclinado. Liang e Capart (2024) propuseram um modelo contínuo capaz de acompanhar a evolução desde a ruptura até a parada, incorporando transferência de material pela interface basal. Experimentalmente, Farin, Mangeney e Roche (2014) identificaram, em escoamentos sobre canal inclinado, uma mudança na dinâmica acima de um ângulo crítico, associada ao aparecimento de uma fase de propagação lenta após a desaceleração. Em conjunto, esses estudos mostram que a evolução transitória pode envolver mudanças na estrutura e na dinâmica do escoamento, não apenas variações de sua velocidade global.

### 2.5. Escoamentos subaquáticos e correntes de densidade

A presença de um fluido intersticial ou circundante introduz mecanismos adicionais de interação e altera a dinâmica dos materiais granulares. Pailha e Pouliquen (2009) desenvolveram uma descrição bifásica para a iniciação de avalanches granulares subaquáticas baseada em equações promediadas na profundidade. A formulação combina uma descrição bifásica com uma reologia dependente da taxa de cisalhamento para a fase granular, permitindo tratar o início do movimento em condições de imersão.

Mulder e Alexander (2001) estabeleceram uma classificação física para escoamentos sedimentares subaquáticos baseada nas propriedades do escoamento e nos mecanismos responsáveis pelo suporte das partículas. A classificação inclui mecanismos associados à resistência da matriz, empuxo, pressão de poros, interações entre grãos, tensões de Reynolds e suporte pelo leito. Essa classificação evidencia que a fase fluida pode modificar os mecanismos de transporte e sustentação das partículas, distinguindo os escoamentos subaquáticos dos granulares secos.

Kneller e Buckee (2000) revisaram a estrutura e a mecânica de correntes de turbidez, enfatizando a distinção entre correntes densas e correntes mais diluídas e a existência de diferentes estruturas internas de densidade e velocidade. O trabalho também destaca que correntes gravitacionais podem apresentar uma camada basal mais concentrada ou uma distribuição contínua de densidade, dependendo das condições do escoamento.

Talling *et al.* (2012) ampliaram essa perspectiva ao sintetizar os processos deposicionais e os tipos de depósitos associados a escoamentos sedimentares subaquáticos. Os autores mostram que diferentes estados de escoamento podem ocorrer em um mesmo evento e que



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

transformações entre tipos de escoamento podem ocorrer durante sua propagação. Essa evidência reforça a necessidade de distinguir características globais do escoamento de sua evolução interna e espacial.

A dinâmica de correntes gravitacionais também possui uma dimensão hidrodinâmica mais ampla. Simpson e Britter (1979) demonstraram experimentalmente a complexidade tridimensional da região frontal de uma corrente gravitacional e caracterizaram sua velocidade de avanço, mistura e estrutura da camada posterior. Kneller, Bennett e McCaffrey (1999), por sua vez, demonstraram experimentalmente que a distribuição vertical de velocidade em correntes gravitacionais depende das condições de contorno e apresenta estrutura heterogênea de turbulência. Esses trabalhos fornecem uma base para compreender por que a caracterização de uma corrente apenas por sua velocidade média pode não representar adequadamente sua estrutura interna.

### 2.6. Síntese do referencial teórico e lacuna de investigação

O conjunto da literatura estabelece, portanto, quatro premissas relevantes para a presente investigação. Primeiro, a descrição discreta permite representar diretamente as interações entre partículas, enquanto a formulação CFD–DEM possibilita incorporar a interação entre partículas e fluido (Cundall; Strack, 1979; Deen *et al.*, 2007; El-Emam *et al.*, 2021; Wang *et al.*, 2023). Segundo, a dinâmica dos escoamentos granulares densos depende de relações entre atrito, tensão, taxa de cisalhamento e condições basais, não sendo adequadamente caracterizada apenas por uma medida global de velocidade (Pouliquen; Forterre, 2002; Jop; Forterre; Pouliquen, 2006; Forterre; Pouliquen, 2008; Edwards *et al.*, 2019). Terceiro, experimentos e modelos demonstram que a estrutura vertical da velocidade pode apresentar diferentes formas e evoluir durante estados transitórios (Courrech du Pont *et al.*, 2005; Parez; Aharonov; Toussaint, 2016; Meng *et al.*, 2024; Liang; Capart, 2024; Tsai; Cheng; Yang, 2023). Quarto, a presença de uma fase fluida modifica os mecanismos de suporte, transporte e estrutura dos escoamentos granulares e sedimentares (Pailha; Pouliquen, 2009; Mulder; Alexander, 2001; Kneller; Buckee, 2000; Talling *et al.*, 2012).

## 3. METODOLOGIA

### 3.1. Delineamento das simulações e domínio geométrico

O estudo foi desenvolvido a partir de um conjunto de simulações numéricas utilizando o método acoplado CFD–DEM (Computational Fluid Dynamics – Discrete Element Method) para representar o escoamento de partículas granulares sobre uma superfície inclinada. Foram



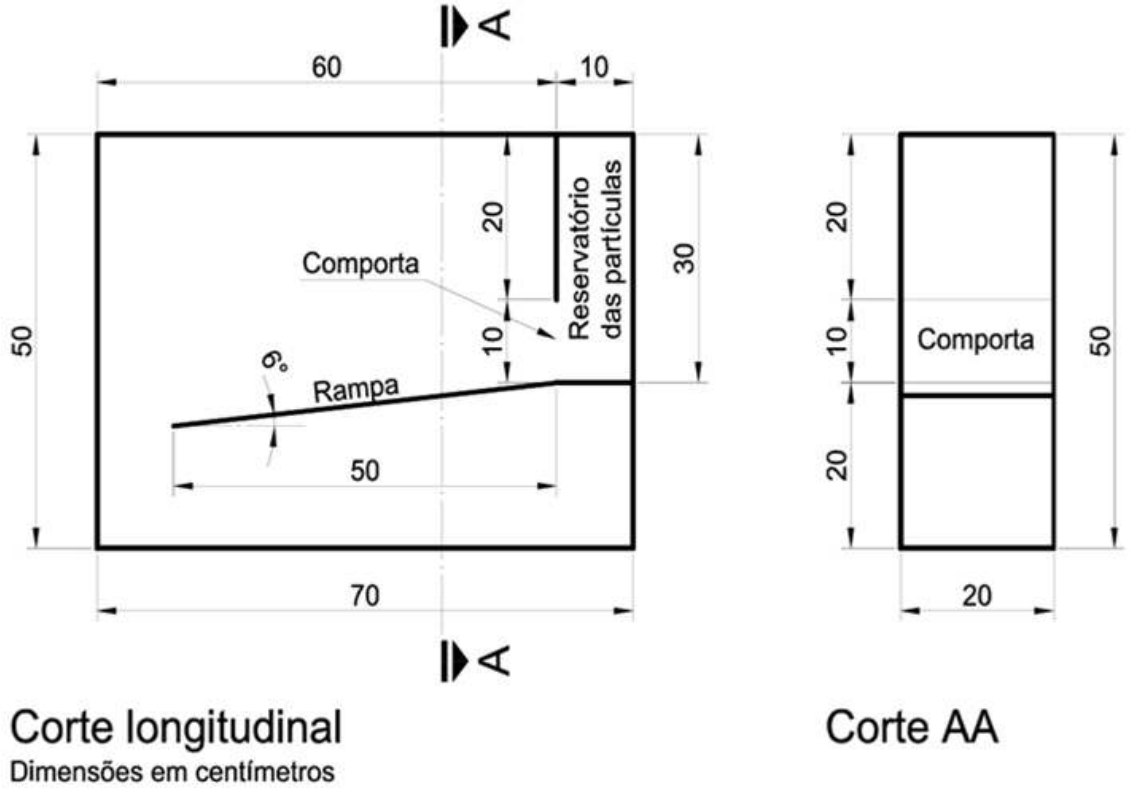
Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

avaliadas dez condições de simulação, resultantes da combinação de dois ambientes (subaéreo e subaquático) com cinco valores do coeficiente de atrito de contato (f = 0,54; 0,60; 0,70; 0,81 e 0,85). Em cada simulação, monitoraram-se cinco regiões físicas de análise, constituindo posições espaciais de observação dentro de cada simulação e não condições experimentais independentes. Os fatores sistematicamente variados entre as dez condições de simulação foram o ambiente (subaéreo ou subaquático) e o coeficiente de atrito de contato f. Os demais parâmetros e configurações numéricas foram mantidos conforme o modelo adotado.

As cinco regiões correspondem a posições espaciais de observação dentro de uma mesma simulação numérica. Portanto, não representam realizações independentes do modelo, mas permitem caracterizar a distribuição espacial das grandezas analisadas e comparar o comportamento do escoamento entre diferentes posições.

O domínio geométrico do DEM simula uma caixa de testes com dimensões de 0,70 × 0,20 × 0,50 m, contendo uma rampa com aproximadamente 6° de inclinação e um reservatório inicial de partículas de 0,10 × 0,20 × 0,30 m, conforme a representação geométrica da caixa de testes idealizada para as simulações apresentada esquematicamente na Figura 1.

**Figura 1.** Representação esquemática da caixa de testes idealizada




Fonte: Elaborada pelos autores (2026).



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

### 3.2. Configuração física e numérica das simulações

O material granular é constituído por 309.441 partículas esféricas com diâmetro $d_p$ = 0,003 m e densidade $\rho_p$ = 2650 kg/m³. Para o empacotamento inicial denso das partículas no reservatório, adota-se uma estrutura cúbica de face centrada. As interações de contato foram representadas por um modelo Hertziano com componente tangencial dependente do histórico de contato mecânico, sem forças de coesão. As propriedades mecânicas mantidas constantes foram o módulo de Young E = 5,0 × 10⁶ Pa, o coeficiente de Poisson v = 0,24 e o coeficiente de restituição e = 0,30. A aceleração da gravidade possui módulo g = 9,81 m/s², com vetor orientado no sentido negativo do eixo z. A integração temporal dos movimentos translacional e rotacional das partículas utiliza passo $\Delta t_{DEM} = 10^{-5}$ s.

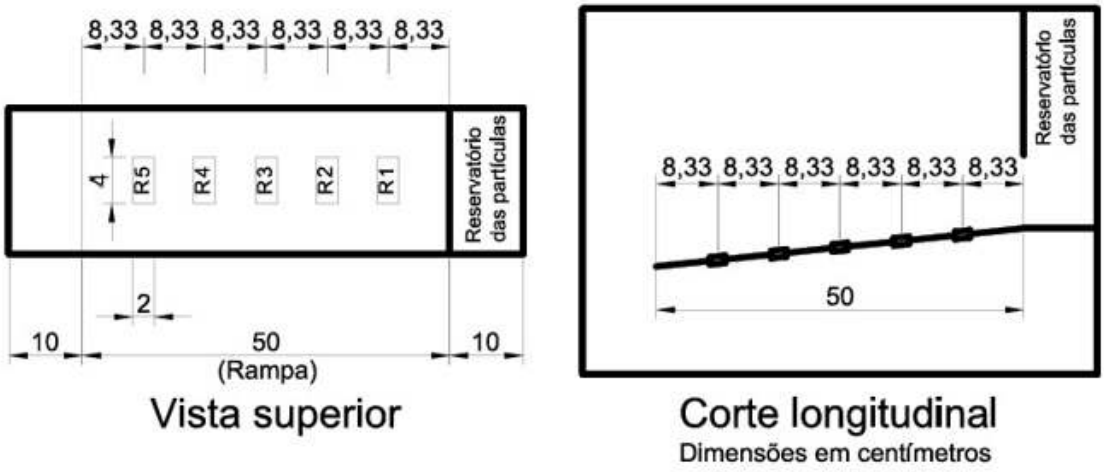
A fase fluida incompressível e newtoniana sob regime de escoamento laminar é resolvida por uma formulação CFD utilizando o software OpenFOAM versão 2.2.x, com o algoritmo PISO para a solução pressão-velocidade. O acoplamento bidirecional implícito entre as fases granular e fluida é executado via software CFDEMcoupling versão 2.5.5 em conjunto com LIGGGHTS-PUBLIC versão 2.3.6. O acoplamento em paralelo utiliza comunicação MPI (Message Passing Interface), atualizado a cada 100 passos do DEM, estabelecendo um intervalo de $\Delta t_{acoplamento} = 10^{-3}$ s. A malha CFD possui discretização fixa de 70 × 20 × 50 células com tamanho nominal de 0,01 m por célula e passo temporal $\Delta t_{CFD} = 10^{-5}$ s, resultando em número de Courant máximo configurado em 0,1 para um tempo final nominal de 5,0 s. No ambiente subaquático, a densidade do fluido é $\rho_f$ = 998,2071 kg/m³ a 20 °C, a viscosidade cinemática é $v_f = 1,0 \times 10^{-6}$ m²/s e a temperatura operacional é T = 293,15 K.

As condições iniciais dos campos distribuídos na malha CFD são as seguintes: o fluido inicia com velocidade U = (0,0,0); a velocidade da fase particulada representada no campo Euleriano para o acoplamento CFD–DEM é inicialmente $U_s$ = (0,0,0); o campo de transferência de quantidade de movimento entre as fases sólida e fluida é inicialmente $K_{sl} = 0$; e o campo de fração de vazio é inicialmente igual a 1. A transferência de quantidade de movimento baseia-se no modelo de arrasto de Koch–Hill, enquanto o empuxo segue o modelo de Archimedes em ambas as descrições. O acoplamento térmico por convecção térmica adota partículas inicializadas a $T_0$ = 293,15 K, condutividade térmica de 5 W/(m·K) e capacidade térmica específica de 1000 J/(kg·K). As cinco regiões de análise (R1 a R5) possuem faixa transversal de 0,040 m na direção y, comprimento de 0,020 m na direção x e separação central de 0,083 m (Figura 2).



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

**Figura 2.** Representação esquemática das regiões físicas.




Fonte: Elaborada pelos autores (2026).

### 3.3. Reconstrução geométrica e cinemática

A cota z da base da rampa, $z_{base}(x)$, e a altura $h_{jp}$ de cada partícula p no registro j com relação à superfície inclinada são dadas por:

$$z_{base}(x) = 0{,}1373 + 0{,}1045x \quad (1)$$

$$h_{jp} = z_{jp} - z_{base}(x_{jp}) = z_{jp} - (0{,}1373 + 0{,}1045x_{jp}) \quad (2)$$

em que, $x_{jp}$ e $z_{jp}$ são as coordenadas do centro geométrico da partícula p em cada registro j. Somente partículas que estejam no intervalo $0 \leq h_{jp} \leq H_{max}$, $H_{max} = 0{,}1$ m são consideradas válidas para a análise vertical.

A velocidade paralela à rampa $V_{jp}$ é obtida pela transformação das componentes originalmente armazenadas nas direções $x$ ($v_{x,jp}$) e $z$ ($v_{z,jp}$) para a direção real do escoamento:

$$V_{jp} = -(v_{x,jp} + 0{,}1045 v_{z,jp}) / \sqrt{1 + (0{,}1045)^2} \quad (3)$$

A inclinação correspondente à relação geométrica utilizada é $\theta = \arctan(0{,}1045) \approx 6°$. A velocidade média na direção da rampa das partículas válidas de cada instante $\overline{V}_j$ é expressa por:

$$\overline{V}_j = (1/N_j) \sum_{p=1}^{n_j} V_{jp} \quad (4)$$

Nessa expressão $n_j$ é o número de partículas que estejam no intervalo predefinido.

### 3.4. Discretização vertical e estatística por classe

O perfil vertical é discretizado em classes $i$ de resolução espacial fixa de $\Delta h = 0{,}003$ m por meio de:

$$i_{jp} = \lfloor h_{jp} / \Delta h \rfloor \quad (5)$$

$$i_{max} = [H_{max} / \Delta h] - 1 \quad (6)$$

Os limites inferior ($h_i^-$) e superior ($h_i^+$) de cada classe, juntamente com o ponto médio representativo $c_i$, são mapeados pelas seguintes relações:



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

$$h_i^- = i\Delta h \quad (7)$$

$$h_i^+ = \min((i+1)\Delta h, H_{max}) \quad (8)$$

$$c_i = (h_i^- + h_i^+)/2 \quad (9)$$

Para afastar flutuações estatísticas em classes com quantidades muito pequenas de material, define-se o conjunto de faixas elegíveis $E = \{ i : N_{ij} \geq 5\}$, onde a contagem de partículas $N_{ij}$ no registro $j$ emprega a função indicadora 1:

$$N_{ij} = \sum_{p=1}^{n_j} 1(i_{jp}=i) \quad (10)$$

A concentração relativa de partículas por classe $C_{ij}$ (frações adimensionais) e a velocidade média na direção da rampa condicional $\bar{V}_{ij}$ da classe i são dadas por:

$$C_{ij} = N_{ij} / n_j \quad (11)$$

$$\bar{V}_{ij} = (1/N_{ij}) \sum_{p:i_{jp}=i} V_{jp} \quad (12)$$

3.4.1. Estatísticas de altura e concentração

A altura média instantânea $\bar{h}_j$ e o desvio-padrão das alturas $\sigma_{h,j}$ no registro $j$ são formulados por:

$$\bar{h}_j = (1/n_j) \sum_{p=1}^{n_j} h_{jp} \quad (13)$$

$$\sigma_{h,j} = \sqrt{(1/n_j)\sum_{p=1}^{n_j}(h_{jp}-\bar{h}_j)^2} \quad (14)$$

O centro da classe mais populosa $c_{pico,j}$ e a respectiva população local máxima $N_{max,j}$ são determinados por:

$$c_{pico,\ j} = \min\{c_i : N_{ij} = N_{max,j}\} \quad (15)$$

sendo:

$$N_{max,j} = \max_i N_{ij} \quad (16)$$

O centroide vertical da distribuição de partículas $c_j$ e seu desvio-padrão vertical $\sigma_{c,j}$ ponderado por classe são calculados pelas expressões:

$$\bar{c}_j = \sum_i C_{ij} c_i \quad (17)$$

$$\sigma_{c,j} = \sqrt{\sum_i C_{ij}(c_i-\bar{c}_j)^2} \quad (18)$$

**3.5. Construção dos perfis e normalizações**

3.5.1. Normalização cinemática

Com o intuito de estabelecer estados cinemáticos equivalentes, define-se o conjunto de instantes elegíveis com limiar mínimo $J_s^{(100)}$ para a situação experimental s:

$$J_s^{(100)} = \{j : N_j^{válido} \geq 100\} \quad (19)$$

em que $N_j^{válido}$ corresponde ao número de partículas no instante $j$, e $s$ indica a situação experimental considerada.

A velocidade máxima de referência $V_{max,s}$ e o índice de normalização cinemática $q_j$ de cada instante $j$ são calculados por meio das seguintes expressões:



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

$$V_{max,s} = \max_{j \in J_s^{(100)}} \bar{V}_j \quad (20)$$

$$q_j = \bar{V}_j / V_{max,s} \quad (21)$$

A otimização conjunta e desempate cronológico lexicográfico seleciona os instantes que minimizam a soma dos erros absolutos em relação aos quatro valores-alvo $q_{alvo} \in \{1{,}00; 0{,}80; 0{,}55; 0{,}26\}$.

3.5.2. Domínio vertical elegível e perfil de velocidade normalizado

A extensão vertical elegível $H_j$ e a coordenada vertical normalizada $\eta_{ij}$ baseiam-se nos limites do conjunto de classes elegíveis em cada registro temporal, $Ej$:

$$H_j = \max_{i \in E_j} c_i - \min_{i \in E_j} c_i = h_{max,j} - h_{min,j} \quad (22)$$

$$\eta_{ij} = (c_i - h_{min,j}) / H_j \quad (23)$$

A grandeza $H_j$ representa a amplitude vertical entre os centros das classes elegíveis. Como são consideradas apenas classes com $N_{ij} \geq 5$, essa amplitude não corresponde necessariamente à espessura física total ocupada pela população de partículas.

A velocidade normalizada $U_{ij}$ associa a velocidade média na direção da rampa da faixa com a velocidade de referência instantânea:

$$U_{ij} = \bar{V}_{ij} / \bar{V}_j \quad (24)$$

Os perfis são mapeados para uma escala regular comum de 101 pontos equidistantes

$$\eta_k = k/100, \quad k = 0, 1, \ldots, 100 \quad (25)$$

utilizando a fórmula de interpolação linear restrita:

$$U_j(\eta) = U_{aj} + [(\eta - \eta_{aj})/(\eta_{\beta j} - \eta_{aj})](U_{\beta j} - U_{aj}) \quad (26)$$

em que:

- $\eta_k$ é a coordenada de altura normalizada na posição $k$;
- $k$ é a posição do ponto na grade do perfil de velocidade normalizado;
- $U_j(\eta)$ é a velocidade normalizada estimada para o registro temporal $j$, na posição $\eta$;
- $\eta$ é a posição vertical normalizada em que se deseja obter o valor;
- $\eta_{aj}$ e $\eta_{\beta j}$ são coordenadas normalizadas de dois pontos conhecidos, inferior e superior, respectivamente;
- $U_{aj}$ e $U_{\beta j}$ são velocidades normalizadas conhecidas nesses dois pontos.

### 3.6. Métricas de gradiente e diferenças de perfil

A tendência linear geral do perfil de velocidade média na direção da rampa observada na classe vertical $i$ no registro temporal $j$ é ajustada via mínimos quadrados ordinários (OLS) por:

$$\bar{V}_{ij} = a_j + b_j c_i + \varepsilon_{ij} \quad (27)$$

onde os parâmetros $a_j$ e $b_j$ são, respectivamente, o intercepto e a inclinação da reta. A diferença entre a velocidade observada e o valor estimado pela reta é representada por $\varepsilon_{ij}$.

A qualidade do ajuste linear é mensurada pelo coeficiente de determinação $R_j^2$:



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

$$R_j^2=[\text{corr}\ (c_i,\overline{V}_{ij})]^2 \quad (28)$$

O gradiente normalizado adimensional $G_j$ e as discrepâncias cinemáticas locais e globais entre os estados selecionados de menor velocidade relativa ($L$, $q$ = 0,26) e maior velocidade relativa ($H$, $q$ = 1,00) são calculados por:

$$G_j = b_j\, H_j / \overline{V}_j \quad (29)$$

$$\Delta U_s(\eta_k)= U_s^L(\eta_k)-U_s^H(\eta_k) \quad (30)$$

$$RMS_s= \sqrt{(1/101)\sum_{k=0}^{100}[\Delta U_s(\eta_k)]^2} \quad (31)$$

As diferenças de gradiente e descritores estruturais genéricos $X$ preservam o pareamento sob a convenção de subtração $L$ menos $H$:

$$\Delta G_s = G_{L,s} - G_{H,s} \quad (32)$$

$$\Delta X_s = X_{L,s} - X_{H,s} \quad (33)$$

### 3.7. Comparações pareadas, concentração e perfil fixo

A distribuição vertical da concentração relativa e da velocidade das partículas é caracterizada por dois indicadores cinemáticos operacionais, definidos como momentos ponderados pela ocupação relativa:

$$I_{1,j}^{obs}= \Sigma_i\, \Delta h_i\, C_{ij}\, \overline{V}_{ij} \quad (34)$$

$$I_{2,j}^{obs}= \Sigma_i\, \Delta h_i\, C_{ij}\, (\overline{V}_{ij})^2 \quad (35)$$

Em cada classe $i$, $\Delta h_i = h_i^+ - h_i^-$ representa a largura efetiva da classe, sendo $h_i^+$ e $h_i^-$ seus limites superior e inferior, respectivamente.

A reconstrução do perfil do estado $L$ sob a hipótese de manutenção da forma normalizada do perfil de referência do estado $H$ é definida por:

$$V_{i,L}^{fix} = \overline{V}_L\, U_h(\eta_{i,L}) \quad (36)$$

Os momentos operacionais correspondentes do perfil reconstruído são limitados ao domínio de classes restritas $A_L^{(j)}$:

$$I_{1,L}^{fix}= \sum_{i\in A_L}\, \Delta h_i\, C_{iL}\, V_{i,L}^{fix} \quad (37)$$

$$I_{2,L}^{fix}= \sum_{i\in A_L}\, \Delta h_i\, C_{iL}\, (V_{i,L}^{fix})^2 \quad (38)$$

$$A_L^{(j)}=\{i:N_{ij}\geq 5,\ \ 0\leq c_{ij}\leq 0{,}1\ m,\ \ \ \eta_{ij}\in[\,\eta_{H,min},\,\eta_{H,max}]\}$$

### 3.8. Análise descritiva das associações entre as variáveis

3.8.1. Modelos descritivos de associação

Esta etapa da análise define quais informações serão utilizadas pelos modelos estatísticos para investigar as relações entre as características das situações estudadas e os resultados obtidos. A metodologia considera três elementos principais: o coeficiente de atrito $f$, a região física $R$ e o ambiente em que a situação ocorre, classificado como subaéreo ou



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

subaquático. Para utilização nos modelos estatísticos, o coeficiente de atrito é tratado como variável numérica contínua, a região física é representada por um índice numérico ordinal $R_s$, com valores de 1 a 5, e o ambiente é codificado por indicadores binários, que assumem somente os valores de zero ou um:

$$I_{subaéreo} = 1(e = subaéreo); \quad I_{subaquático} = 1(e = subaquático)$$

Essas informações são representadas por variáveis indicadoras e termos de interação multiplicativa. As estruturas a seguir são utilizadas para descrever as associações entre os parâmetros de entrada e as respostas observadas nas 50 situações espaciais analisadas. Os coeficientes estimados caracterizam o conjunto numérico investigado e não são interpretados como efeitos inferenciais generalizáveis. A estrutura matemática utilizada é:

$$\Delta G_s = \beta_0 + \beta_1 f_s + \beta_2 R_s + \beta_3 I_{subaéreo,s} + \beta_4 f_s R_s + \beta_5 f_s I_{subaéreo,s} + \varepsilon_s \quad (39)$$

em que:

$\Delta G_s$ é a diferença entre os indicadores de gradiente normalizado dos perfis verticais de velocidade nos estados de menor e maior velocidade relativa para a situação s;

$\beta_0$, $\beta_1$, $\beta_2$, $\beta_3$, $\beta_4$, $\beta_5$ são coeficientes da regressão;

$R_s$ representa o índice numérico ordinal da região física correspondente à situação *s*, assumindo valores 1, 2, 3, 4 e 5 para as regiões R1, R2, R3, R4 e R5;

$\varepsilon_s$ é o erro residual.

A codificação de $R_s$ representa a posição espacial como uma variável numérica ordenada, de modo que o modelo descreve uma tendência linear associada à posição física. O ambiente subaquático foi adotado como categoria de referência; por essa razão, a equação inclui apenas o indicador do ambiente subaéreo.

### 3.9. Limites de validade

As conclusões são restritas ao domínio numérico investigado, que compreende cinco valores do coeficiente de atrito, inclinação de rampa de 6°, geometria específica, partículas esféricas de 0,003 m de diâmetro, estoque inicial definido e propriedades físicas fixadas. Não foram realizadas validação experimental independente nem análises de sensibilidade a outras propriedades do fluido, granulometrias, inclinações ou geometrias. As comparações com estudos experimentais da literatura fornecem fundamentação e contextualização física, mas não validam diretamente as simulações deste estudo. Assim, os resultados devem ser interpretados como evidências numéricas condicionadas à formulação adotada, sem pressupor que reproduzam quantitativamente um sistema físico experimental. Qualquer interpretação causal das diferenças entre ambientes permanece uma hipótese, não um mecanismo demonstrado.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

Adicionalmente, destaca-se que o modelo DEM empregado possui natureza determinística e não incorpora componentes estocásticos. Assim, a repetição de uma simulação sob condições iniciais e parâmetros idênticos não constituiria uma realização independente, mas a reprodução da mesma solução numérica. A análise das diferentes regiões deve, portanto, ser compreendida como uma investigação da heterogeneidade espacial das respostas obtidas em cada cenário numérico.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise dos resultados é organizada em três perguntas: (i) os perfis normalizados diferem entre os estados cinemáticos selecionados? (ii) a diferença entre estados varia com o coeficiente de atrito e com a região? (iii) a evolução temporal da velocidade média na direção da rampa e do centroide vertical difere entre os ambientes? Essas perguntas são tratadas separadamente, pois a comparação por estado cinemático não é equivalente à comparação em instantes cronológicos fixos.

### 4.1. Perfis verticais de velocidade

A análise dos perfis verticais de velocidade permite caracterizar a distribuição da velocidade média na direção da rampa das partículas entre classes de altura em relação à superfície da rampa. Neste estudo, os perfis são comparados em estados cinemáticos selecionados segundo os valores-alvo de $q$, utilizando a altura normalizada, $\eta$, e a velocidade normalizada, $U$. Essa representação permite identificar mudanças na forma relativa dos perfis, enquanto a análise conjunta dos descritores verticais e da velocidade média na direção da rampa possibilita avaliar se essas diferenças são acompanhadas por alterações na distribuição da população amostrada.

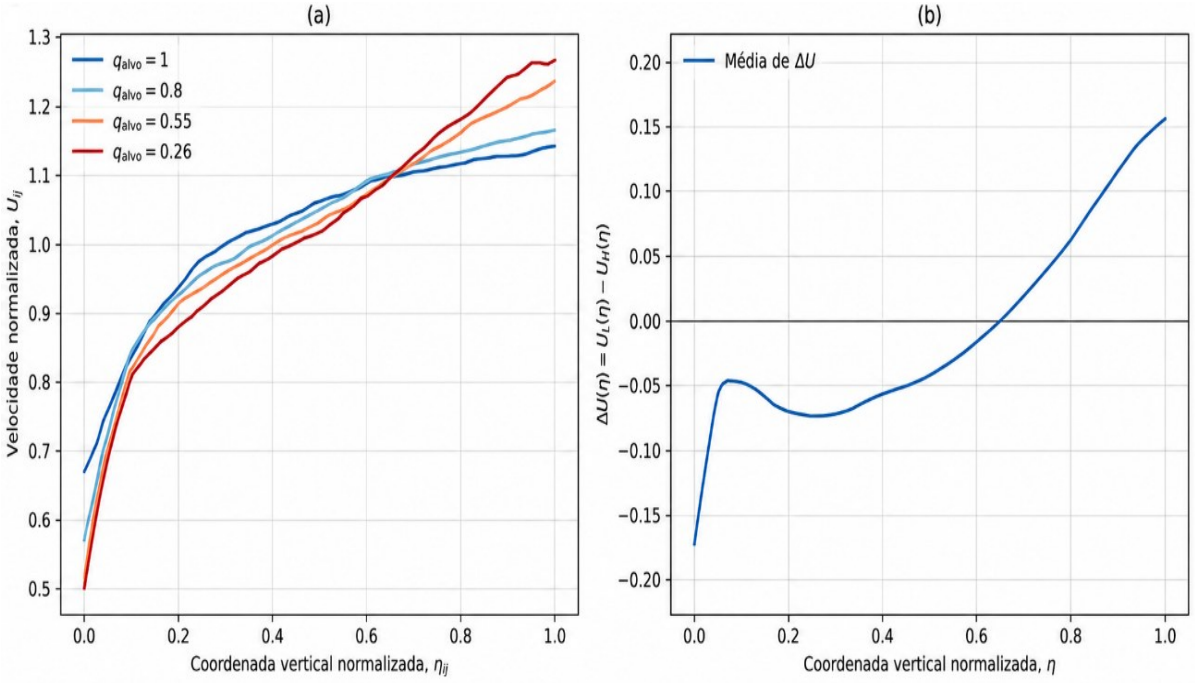
A Figura 3 permite comparar os perfis medianos de velocidade normalizada $U_{ij}$ em função da altura normalizada $\eta$, considerando os diferentes estados cinemáticos. No painel (a), observa-se que as curvas não mantêm a mesma ordenação ao longo de toda a altura: na região inferior, o perfil correspondente ao estado $q_{alvo}$ = 1,00 apresenta valores de $U_{ij}$ superiores aos do estado $q_{alvo}$ = 0,26, enquanto, na região superior, essa relação se inverte. Essa observação é corroborada pelo painel (b), que apresenta a diferença entre os perfis, definida como $\Delta U(\eta) = U_L(\eta) - U_H(\eta)$. A diferença passa de valores predominantemente negativos na parte inferior para valores positivos na parte superior, cruzando aproximadamente zero em $\eta$ = 0,65. Esse padrão indica que as diferenças entre os estados não são uniformes ao longo da altura e que a estrutura relativa do perfil varia entre as regiões inferior e superior. Como os perfis são normalizados, essa



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

mudança de sinal representa uma diferença na distribuição relativa da velocidade, não constituindo, isoladamente, evidência de aceleração absoluta das partículas na região superior.

**Figura 3.** Perfis verticais de velocidade normalizados (a) e discrepâncias cinemáticas entre os estados de menor velocidade relativa (L, q = 0,26) e maior velocidade relativa (H, q = 1,00) (b).




Fonte: Elaborada pelos autores (2026).

A comparação do gradiente vertical normalizado $G_j$ (Figura 4) mostra diferenças entre os estados selecionados. A mediana de $G_j$ aumentou de 0,4007, em $q$ = 1,00, para 0,6178, em $q$ = 0,26, correspondendo a uma variação de aproximadamente 54,1%. Além disso, $G_j$ aumentou em 44 das 50 situações pareadas. Esses resultados descrevem as diferenças observadas no conjunto numérico analisado.

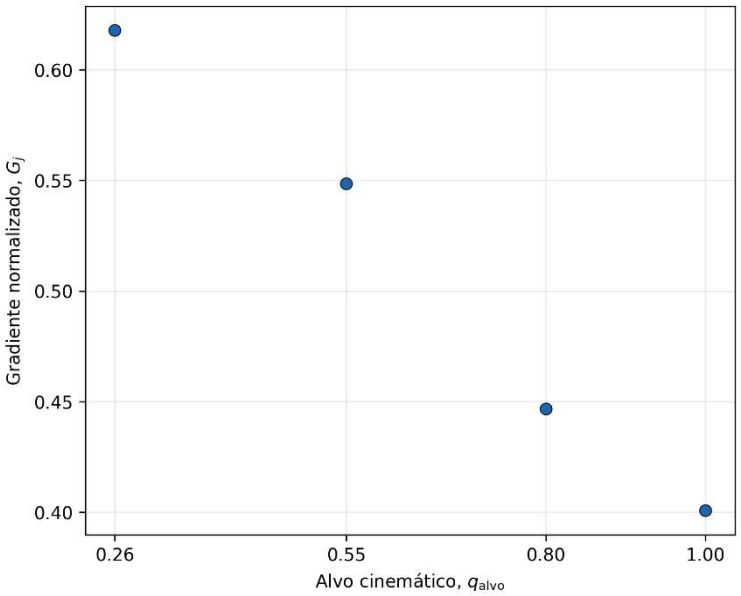
As 50 situações analisadas resultam da combinação de dez condições numéricas distintas com cinco regiões espaciais de observação em cada condição. Essa organização não implica a existência de 50 realizações independentes, uma vez que as cinco observações regionais de cada condição pertencem à mesma simulação determinística. A comparação deve ser interpretada como uma descrição das diferenças entre estados e posições dentro das simulações realizadas. Por essa razão, os resultados das análises estatísticas são interpretados



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

considerando a estrutura espacial e paramétrica dos dados, sem atribuir às observações regionais independência estatística não demonstrada.

**Figura 4.** Gradiente vertical normalizado para os quatro valores-alvo




Fonte: Elaborada pelos autores (2026).

A análise dos descritores de distribuição vertical definidos na metodologia mostra que as diferenças de $G_j$ ocorrem concomitantemente a alterações na estrutura vertical da população de partículas. Conforme apresentado na Figura 5, a mediana de $H_j$ aumentou de 0,0180 m, no estado correspondente a $q_{alvo}$ = 1,00, para 0,0465 m, no estado correspondente a $q_{alvo}$ = 0,26; a mediana de $h_j$ passou de 0,00916 m para 0,02323 m; e a mediana $\sigma_{h,j}$ aumentou de 0,00502 m para 0,01317 m. No conjunto das situações comparadas, o estado $q_{alvo}$ = 0,26 apresentou valores medianos maiores de altura média, espalhamento vertical e extensão vertical elegível. Para cada um desses três descritores, o aumento foi observado em 49 das 50 situações comparadas. Esses resultados caracterizam diferenças entre as distribuições amostradas nos estados selecionados. Como os estados correspondem a registros distintos, não permitem afirmar que as mesmas partículas tenham se deslocado verticalmente nem estabelecer uma relação causal direta entre a desaceleração e as alterações observadas.

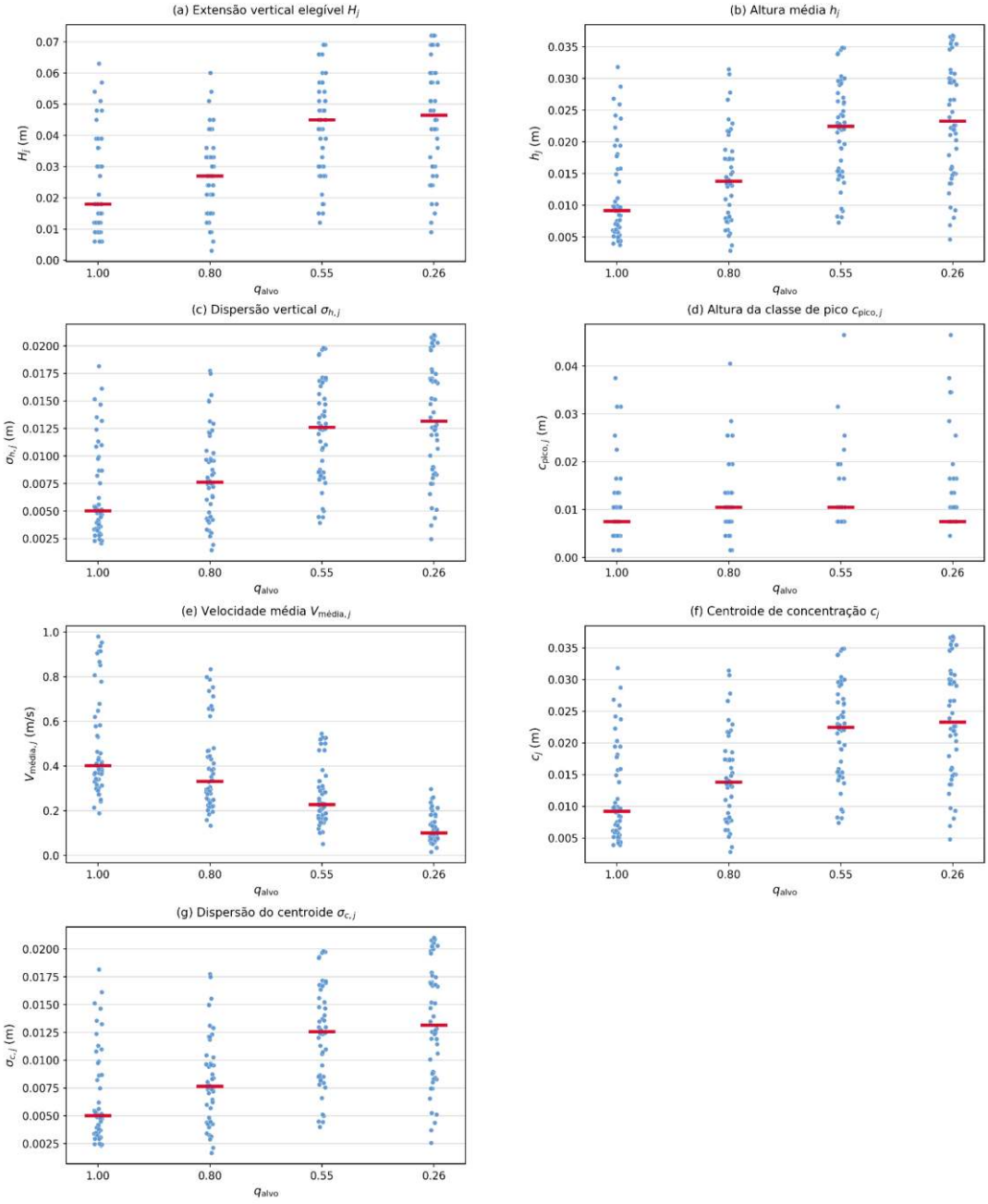
A altura da classe mais populosa, $c_{pico,j}$, apresentou mediana de 0,0075 m nos dois estados. Na comparação pareada, esse descritor aumentou em 29 situações, diminuiu em 16 e permaneceu igual em cinco. Em contraste, a velocidade média na direção da rampa $\overline{V}_j$ diminuiu em todas as 50 situações, passando de uma mediana de 0,40193 m/s, em $q$ = 1,00, para 0,09992 m/s, em $q$ = 0,26. De maneira consistente, o centroide vertical da distribuição de partículas, $c_j$,



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

aumentou de 0,00922 m para 0,02327 m, enquanto o desvio-padrão ponderado da concentração, $\sigma_{c,j}$, passou de 0,00500 m para 0,01315 m, também com aumentos em 49 das 50 situações.

**Figura 5.** Descritores verticais nos quatro valores-alvo: extensão vertical elegível (a), altura média (b), dispersão vertical (c), altura da classe de pico (d), velocidade média na direção da rampa (e), centroide de concentração (f) e dispersão do centroide (g)



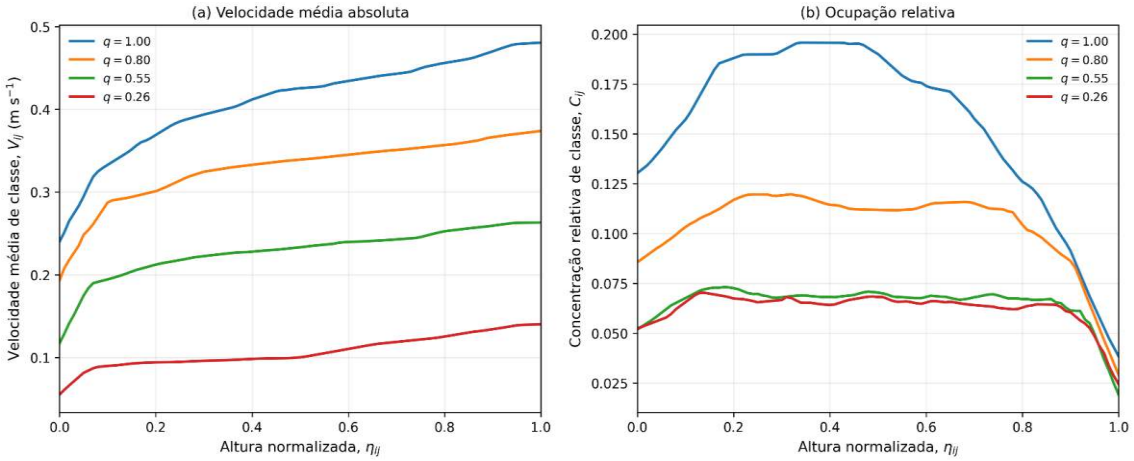

Fonte: Elaborada pelos autores (2026).



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

A concentração relativa por classe, $C_{ij}$, também evidencia diferenças na distribuição vertical da população amostrada, conforme Figura 6. Na comparação entre $q$ = 0,26 e $q$ = 1,00, as diferenças entre as medianas foram de −0,0881 na faixa inferior, −0,0899 na faixa intermediária e −0,0344 na faixa superior. Portanto, as diferenças de concentração relativa foram mais pronunciadas nas faixas inferior e intermediária do que na superior. Esse resultado complementa as alterações observadas em $h_j$, $\sigma_{h,j}$, $c_j$ e $\sigma_{c,j}$, mas não demonstra que as mesmas partículas tenham se deslocado entre as classes, uma vez que os estados analisados correspondem a registros espaço-temporais distintos.

**Figura 6.** Perfis de velocidade média na direção da rampa (a) e de ocupação relativa por classe (b) para os quatro valores-alvo de q




Fonte: Elaborada pelos autores (2026).

Analisando a Figura 6, observa-se que o estado $q_{alvo}$ = 1,00 apresenta os maiores valores de concentração relativa e velocidade média na direção da rampa em cada classe. À medida que $q_{alvo}$ diminui, a velocidade média na direção da rampa diminui em todo o domínio representado, enquanto a concentração relativa apresenta uma redução mais pronunciada entre os dois estados de maior $q_{alvo}$ e diferenças menores entre os dois estados de menor $q_{alvo}$.

A redução de $q_{alvo}$ está associada a menores velocidades absolutas, mas não necessariamente a menores velocidades normalizadas em todas as posições verticais. A normalização evidencia uma reorganização da forma dos perfis, com diferenças mais pronunciadas na região inferior, menores na região intermediária e inversão de sinal na região superior. Embora essa interpretação seja compatível com os resultados das Figuras 3, 5 e 6, a identificação dos mecanismos físicos responsáveis requer a consideração de outras variáveis dinâmicas e das condições de contorno da simulação.

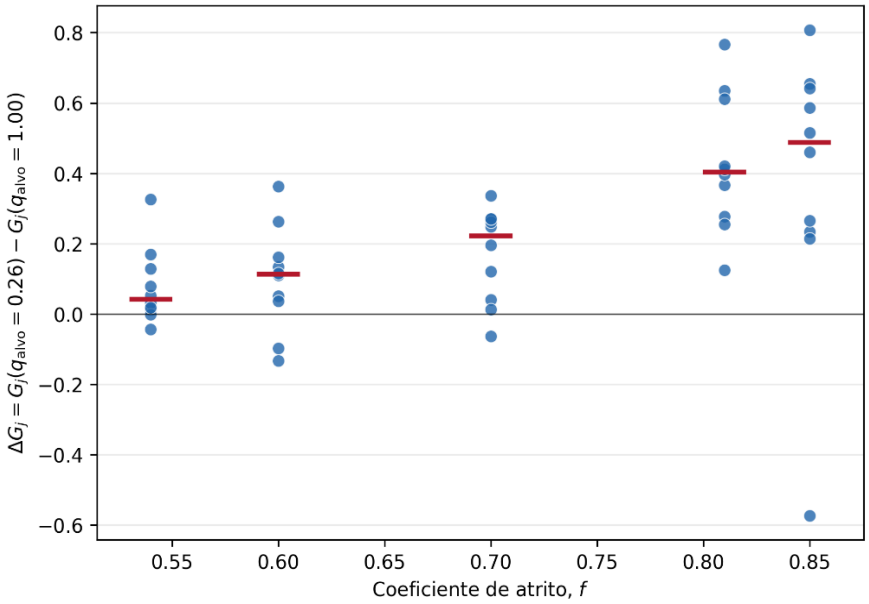


Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

### 4.2. Papel do atrito de contato na organização do escoamento

A influência do atrito é examinada por meio da variável resposta $\Delta G_j = G_j(q_{alvo}=0{,}26) - G_j(q_{alvo}=1{,}00)$, calculada para cada uma das 50 situações pareadas. $\Delta G_j$ foi positivo em 44 situações (88%) e negativo em seis (12%), sem valores exatamente iguais a zero. Na amostra completa, a média foi 0,2310, a mediana 0,2242 e o desvio-padrão 0,2564; os valores variaram de −0,5727 a 0,8076. A diferença entre média e mediana e a amplitude observada indicam heterogeneidade entre situações, que não deve ser ocultada por uma única estatística agregada. Por coeficiente de atrito, as medianas de $\Delta G_j$ foram 0,0422 ($f$ = 0,54), 0,1127 ($f$ = 0,60), 0,2221 ($f$ = 0,70), 0,4040 ($f$ = 0,81) e 0,4881 ($f$ = 0,85). Embora a mediana aumente ao longo desses níveis, a média cai de 0,4265 em $f$ = 0,81 para 0,3809 em $f$ = 0,85, devido à maior dispersão no último nível; portanto, a tendência não é estritamente crescente para todas as medidas de centro, conforme ilustra a Figura 7.

**Figura 7.** Mudança estrutural pareada por atrito




Fonte: Elaborada pelos autores (2026).

Embora as medianas de $\Delta G_j$ apresentem aumento entre os níveis de atrito analisados, essa tendência não deve ser interpretada como uma resposta uniforme. O comportamento não é necessariamente crescente em todas as posições espaciais, tampouco se reproduz de maneira idêntica quando consideradas outras medidas de tendência central, como a média. Portanto, os resultados indicam uma tendência geral de aumento das medianas, mas também evidenciam variações entre as situações analisadas.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

No conjunto das 50 situações analisadas, o coeficiente de Spearman entre o coeficiente de atrito e a diferença $\Delta G_j$ foi ρ = 0,6203. Esse valor descreve uma associação monotônica positiva no conjunto numérico considerado, sem constituir evidência inferencial generalizável.

O ajuste de regressão linear múltipla com erros-padrão robustos HC3 apresentou coeficiente de 3,4771 para o termo associado ao coeficiente de atrito *f* e coeficiente de −0,7456 para o termo de interação entre *f* e a região *R*. Esses coeficientes descrevem o ajuste realizado sobre as 50 situações analisadas. O modelo apresentou $R^2$ = 0,5855 e $R^2_{aj}$ = 0,5384. O coeficiente estimado para o termo de interação entre atrito e região descreve uma variação da associação ajustada entre *f* e $\Delta G_j$, de acordo com a parametrização adotada. Esse resultado caracteriza o ajuste realizado sobre o conjunto numérico analisado e não deve ser interpretado como evidência inferencial de um efeito generalizável. A tendência observada também não é uniforme para todas as medidas de tendência central, especialmente em *f* = 0,85.

A comparação por ambiente também recomenda cautela. A mediana de $\Delta G_j$ foi 0,2689 no subaquático e 0,1614 no subaéreo, mas a dispersão foi maior no subaéreo (desvio-padrão 0,3012, contra 0,2032 no subaquático). Além disso, a resposta ao atrito não é idêntica nos dois ambientes: no nível *f* = 0,85, as medianas foram 0,5159 no subaquático e 0,2655 no subaéreo. Essas diferenças são descritivas; com cinco regiões por condição, não devem ser tratadas como cinco réplicas físicas independentes.

Em conjunto, os resultados indicam que o perfil normalizado não permanece invariável entre os estados cinemáticos selecionados e que a magnitude dessa diferença apresenta associação com o coeficiente de atrito nas condições simuladas. Essa associação não é uniforme entre as posições físicas nem entre as medidas de tendência central. O gradiente normalizado $G_j$ constitui um descritor global da reestruturação, devendo ser interpretado em conjunto com a comparação direta dos perfis e das diferenças individuais.

### 4.3. Diferenças entre os ambientes subaéreo e subaquático

A Figura 8 apresenta a evolução da velocidade média na direção da rampa e do centroide da concentração em função do tempo decorrido desde o início local da observação em cada região. Como a contagem temporal é iniciada localmente, valores correspondentes a um mesmo tempo não representam necessariamente o mesmo instante global da simulação. Nos cinco tempos analisados, a velocidade média na direção da rampa diminui nos dois ambientes, enquanto o centroide apresenta comportamentos distintos: evolução não monotônica no ambiente subaéreo e aumento gradual no subaquático.

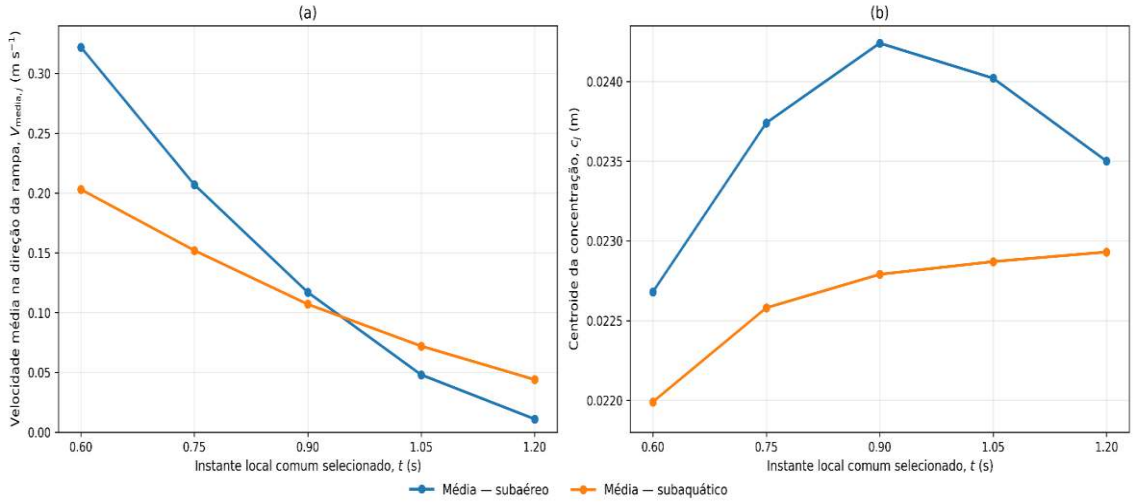
A redução da velocidade média na direção da rampa ocorre nos dois ambientes, mas apresenta magnitudes diferentes. Entre 0,60 e 1,20 s, a velocidade diminui de aproximadamente



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

0,322 para 0,011 m/s no ambiente subaéreo e de 0,203 para 0,044 m/s no subaquático. As reduções absolutas correspondem, respectivamente, a aproximadamente 0,311 e 0,159 m/s. Portanto, a queda da velocidade média é mais acentuada no ambiente subaéreo durante o intervalo considerado.

**Figura 8.** Evolução das médias em função do tempo decorrido desde o início local da observação: velocidade média na direção da rampa (a) e centroide da concentração (b)




Fonte: Elaborada pelos autores (2026).

A comparação entre as curvas também revela uma mudança na diferença de velocidade entre os ambientes. Nos instantes de 0,60 e 0,75 s, a velocidade média na direção da rampa subaérea é superior à subaquática. Em 0,90 s, os valores se aproximam e, entre 0,90 e 1,05 s, as curvas se cruzam. Nos dois últimos instantes, a velocidade média na direção da rampa subaquática passa a ser superior à subaérea. Assim, a diferença entre os ambientes não se limita à magnitude da redução: a relação entre as velocidades médias na direção da rampa também se modifica ao longo do intervalo observado.

O centroide da concentração apresenta uma evolução distinta da velocidade média na direção da rampa. No ambiente subaéreo, aumenta de aproximadamente 0,02268 m, em 0,60 s, para 0,02424 m, em 0,90 s, e depois diminui, atingindo cerca de 0,02350 m em 1,20 s. No ambiente subaquático, aumenta gradualmente de aproximadamente 0,02199 para 0,02293 m ao longo do intervalo. Portanto, enquanto a velocidade média na direção da rampa diminui continuamente nos dois ambientes, a posição média da distribuição de concentração apresenta evolução não monotônica no subaéreo e crescente no subaquático.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

Essa diferença evidencia que a redução da mobilidade média na direção da rampa não implica uma evolução equivalente da distribuição vertical da concentração. O centroide representa a posição média dessa distribuição, não a espessura da camada granular. Seu aumento indica uma mudança na posição média da concentração em relação ao eixo vertical utilizado no cálculo, mas não demonstra, isoladamente, expansão da camada ou deslocamento ascendente das mesmas partículas.

Os resultados mostram, portanto, que a desaceleração média e a redistribuição espacial da concentração ocorrem simultaneamente, mas representam aspectos distintos do comportamento do escoamento. As diferenças observadas entre os ambientes caracterizam respostas distintas nas condições numéricas analisadas. Embora sejam compatíveis com a participação dos contatos granulares, do coeficiente de atrito e, no ambiente subaquático, da interação hidrodinâmica, as variáveis apresentadas na Figura 8 não permitem determinar a contribuição específica desses mecanismos nem estabelecer relações causais entre eles.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise das simulações indica que a desaceleração entre $q$ = 1,00 e $q$ = 0,26 coincide com uma mudança na forma dos perfis verticais normalizados. A mediana do gradiente vertical normalizado aumentou de 0,4007, no estado de velocidade relativa igual a 1,00, para 0,6178, no estado igual a 0,26, correspondendo a uma variação de aproximadamente 54,1%. Esse aumento ocorreu em 44 das 50 situações pareadas analisadas. Isso sustenta a conclusão descritiva de que, nas condições simuladas e sob os critérios de seleção adotados, os perfis não são explicados apenas por uma simples reescala uniforme da velocidade.

A comparação dos descritores da distribuição vertical reforçou essa interpretação. Entre os estados cinemáticos extremos, aumentaram a altura média, o espalhamento vertical e a extensão vertical elegível da população de partículas, assim como o centroide e o desvio-padrão ponderado da concentração. Em contrapartida, a velocidade média na direção da rampa diminuiu em todas as 50 situações. A altura da classe de concentração máxima apresentou a mesma mediana nos dois estados comparados, de 0,0075 m, tendo aumentado em 29 situações, diminuído em 16 e permanecido igual em cinco. Em conjunto, esses resultados evidenciam que a redução da velocidade média na direção da rampa não implica uma evolução uniforme de todos os indicadores da estrutura granular. A interpretação do comportamento do escoamento requer, portanto, a consideração conjunta da velocidade, da concentração e da distribuição vertical das partículas.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

A influência do coeficiente de atrito também se mostrou relevante para a magnitude da reestruturação. As medianas da diferença do gradiente normalizado entre os estados de menor e maior velocidade relativa aumentaram de 0,0422, para o coeficiente de atrito de 0,54, para 0,4881, para o coeficiente de 0,85. As medianas observadas de $\Delta G_j$ aumentaram entre os níveis de atrito considerados. O ajuste descritivo de regressão também apresentou coeficientes associados ao atrito e à interação entre atrito e região. Esses resultados caracterizam o conjunto numérico analisado. Entretanto, a presença de diferenças individuais negativas e a interação entre atrito e região demonstram que essa associação não se manifesta uniformemente ao longo do domínio analisado. A magnitude da reestruturação depende, assim, não apenas do coeficiente de atrito, mas também da posição física considerada.

As comparações entre os ambientes subaéreo e subaquático mostraram, adicionalmente, que a evolução da mobilidade e da distribuição vertical apresenta comportamentos distintos. Entre 0,60 e 1,20 s, a velocidade média na direção da rampa diminuiu de aproximadamente 0,322 para 0,011 m/s no ambiente subaéreo e de 0,203 para 0,044 m/s no subaquático. Nesse mesmo intervalo, o centroide da concentração apresentou um máximo intermediário no ambiente subaéreo, enquanto aumentou gradualmente no subaquático. Esses resultados indicam que a desaceleração e a redistribuição espacial da concentração evoluem simultaneamente, mas não são fenômenos equivalentes; em particular, a variação do centroide não constitui, isoladamente, uma medida de espessura da camada granular.

Embora os resultados sejam compatíveis com a participação dos contatos granulares, do atrito e, no ambiente subaquático, da interação hidrodinâmica, as análises realizadas não permitem determinar a contribuição específica desses mecanismos. Da mesma forma, as diferenças entre os estados cinemáticos selecionados caracterizam comparações entre registros distintos, não trajetórias individuais das mesmas partículas. Essas distinções são importantes para evitar interpretações causais que não sejam diretamente sustentadas pelas variáveis analisadas.

A validade das conclusões permanece restrita ao domínio numérico investigado, que compreende a geometria da caixa de testes, a inclinação de aproximadamente 6° da rampa, partículas esféricas com diâmetro de 0,003 m, as propriedades físicas e os modelos de interação entre as fases adotados, além dos cinco valores de coeficiente de atrito considerados. A ausência de validação experimental independente e de análises sistemáticas de sensibilidade a outras configurações geométricas, granulometrias, propriedades físicas e condições operacionais limita a avaliação da robustez e da abrangência das tendências identificadas. Além disso, as cinco regiões espaciais de cada condição pertencem à mesma simulação determinística e não constituem realizações independentes; portanto, permitem descrever a heterogeneidade



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

espacial e paramétrica do conjunto analisado, mas não fundamentam, por si só, generalizações para condições não investigadas. Assim, as associações observadas entre atrito, posição física e reestruturação dos perfis devem ser interpretadas no âmbito das condições simuladas. Estudos futuros poderão ampliar o domínio paramétrico, realizar análises de sensibilidade e incorporar validação experimental direta, de modo a avaliar a robustez e a abrangência dessas tendências.

Conclui-se que, nas condições numéricas investigadas, a comparação entre os estados cinemáticos selecionados evidencia diferenças na forma dos perfis verticais de velocidade normalizada, concomitantes à redução da velocidade média na direção da rampa. A diferença do gradiente normalizado apresenta variação entre os níveis de atrito e as posições físicas analisadas, enquanto os dois ambientes exibem escalas de velocidade e evoluções distintas da concentração. Essas observações descrevem o conjunto numérico estudado e fornecem elementos para discutir a hipótese de invariância do perfil vertical normalizado durante a desaceleração, sem demonstrar, isoladamente, relações causais ou efeitos generalizáveis para outras condições.

## REFERÊNCIAS

COURRECH DU PONT, S.; MANGENEY, A.; BOUCHUT, F.; LUCAS, A.; THOMAS, N. Instantaneous velocity profiles during granular avalanches. Physical Review Letters, v. 94, n. 4, art. 048003, 2005. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.048003.

CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D. L. A discrete numerical model for granular assemblies. Géotechnique, v. 29, n. 1, p. 47–65, 1979. DOI: https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.1.47.

DEEN, N. G.; VAN SINT ANNALAND, M.; VAN DER HOEF, M. A.; KUIPERS, J. A. M. Review of discrete particle modeling of fluidized beds. Chemical Engineering Science, v. 62, n. 1–2, p. 28–44, 2007. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ces.2006.08.014.

EDWARDS, A. N.; RUSSELL, A. S.; JOHNSON, C. G.; GRAY, J. M. N. T. Frictional hysteresis and particle deposition in granular free-surface flows. Journal of Fluid Mechanics, v. 875, p. 1058–1095, 2019. DOI: https://doi.org/10.1017/jfm.2019.517.

EL-EMAM, M. A.; ZHOU, L.; SHI, W.; HAN, C.; BAI, L.; AGARWAL, R. Theories and applications of CFD–DEM coupling approach for granular flow: a review. Archives of Computational Methods in Engineering, v. 28, n. 7, p. 4979–5020, 2021. DOI: https://doi.org/10.1007/s11831-021-09568-9.

FARIN, M.; MANGENEY, A.; ROCHE, O. Fundamental changes of granular flow dynamics, deposition, and erosion processes at high slope angles: Insights from laboratory experiments. Journal of Geophysical Research: Earth Surface, v. 119, p. 504–532, 2014. DOI: https://doi.org/10.1002/2013JF002750.

FORTERRE, Y.; POULIQUEN, O. Flows of dense granular media. Annual Review of Fluid Mechanics, v. 40, p. 1–24, 2008. DOI: https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.40.111406.102142.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

JOP, P.; FORTERRE, Y.; POULIQUEN, O. A constitutive law for dense granular flows. Nature, v. 441, p. 727–730, 2006. DOI: https://doi.org/10.1038/nature04801.

KNELLER, B.; BENNETT, S. J.; McCAFFREY, W. D. Velocity structure, turbulence and fluid stresses in experimental gravity currents. Journal of Geophysical Research: Oceans, v. 104, n. C3, p. 5381–5391, 1999. DOI: https://doi.org/10.1029/1998JC900077.

KNELLER, B.; BUCKEE, C. The structure and fluid mechanics of turbidity currents: a review of some recent studies and their geological implications. Sedimentology, v. 47, supl. 1, p. 62–94, 2000. DOI: https://doi.org/10.1046/j.1365-3091.2000.047s1062.x.

LIANG, M.-C.; CAPART, H. A continuum model of discrete granular avalanches. Journal of Fluid Mechanics, 2024. DOI: https://doi.org/10.1017/jfm.2024.3719.

MENG, X. *et al.* Granular-fluid avalanches: the role of vertical structure and velocity shear. Journal of Fluid Mechanics, v. 980, art. A11, 2024. DOI: https://doi.org/10.1017/jfm.2023.1023.

MULDER, T.; ALEXANDER, J. The physical character of subaqueous sedimentary density flows and their deposits. Sedimentology, v. 48, n. 2, p. 269–299, 2001. DOI: https://doi.org/10.1046/j.1365-3091.2001.00360.x.

PAILHA, M.; POULIQUEN, O. A two-phase flow description of the initiation of underwater granular avalanches. Journal of Fluid Mechanics, v. 633, p. 115–135, 2009. DOI: https://doi.org/10.1017/S0022112009007460.

PAREZ, S.; AHARONOV, E.; TOUSSAINT, R. Unsteady granular flows down an inclined plane. Physical Review E, v. 93, art. 042902, 2016. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.042902.

POULIQUEN, O.; FORTERRE, Y. Friction law for dense granular flows: application to the motion of a mass down a rough inclined plane. Journal of Fluid Mechanics, v. 453, p. 133–151, 2002. DOI: https://doi.org/10.1017/S0022112001006796.

SIMPSON, J. E.; BRITTER, R. E. The dynamics of the head of a gravity current advancing over a horizontal surface. Journal of Fluid Mechanics, v. 94, n. 3, p. 477–495, 1979. DOI: https://doi.org/10.1017/S0022112079001142.

TALLING, P. J. *et al.* Subaqueous sediment density flows: depositional processes and deposit types. Sedimentology, v. 59, n. 7, p. 1937–2003, 2012. DOI: https://doi.org/10.1111/j.1365-3091.2012.01353.x.

TSAI, C.-T.; CHENG, C.-Y.; YANG, F.-L. Growth of force chain network upon non-Bagnold transition of inclined surface granular flows via discrete element simulation. Journal of Mechanics, v. 39, p. 431–441, 2023. DOI: https://doi.org/10.1093/jom/ufad030.

WANG, X.; GONG, L.; LI, Y.; YAO, J. Developments and applications of the CFD-DEM method in particle–fluid numerical simulation in petroleum engineering: a review. Applied Thermal Engineering, v. 222, art. 119865, 2023. DOI: https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2022.119865.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

ZHU, H. P.; ZHOU, Z. Y.; YANG, R. Y.; YU, A. B. Discrete particle simulation of particulate systems: theoretical developments. Chemical Engineering Science, v. 62, n. 13, p. 3378–3396, 2007. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ces.2006.12.089.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.