v7.n12.2026

REVISTA CIENTÍFICA - RECIMA21 ISSN 2675-6218

# OBTENÇÃO DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA DE SISTEMAS TÉRMICOS UTILIZADOS PARA CONTROLE DE TEMPERATURA

## *OBTAINING THE TRANSFER FUNCTIONS OF THERMAL SYSTEMS USED FOR TEMPERATURE CONTROL*

## *OBTENCIÓN DE LAS FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE SISTEMAS TÉRMICOS UTILIZADOS PARA EL CONTROL DE TEMPERATURA*

Vinicyus Bento Pereira[1], Augusto Perez de Andrade[2]

https://doi.org/10.47820/recima21.v7i12.9833

PUBLICADO: 12/2026

**RESUMO**

Projetar controladores eficientes para processos térmicos exige conhecer a fundo a dinâmica do sistema, especialmente diante da elevada inércia térmica e das perdas de calor para o ambiente. Este trabalho tem como objetivo obter e validar experimentalmente as funções de transferência de uma planta térmica de aquecimento de água, utilizando os modelos matemáticos gerados para implementar e comparar diferentes estratégias de controle de temperatura em malha fechada. Para isso, construiu-se um protótipo físico composto por um ebulidor elétrico de 1000 W acionado por relé, um sensor termopar e uma placa Arduino Uno operando com modulação PWM. A identificação do sistema foi realizada por meio de ensaios de resposta ao degrau em malha aberta e ajuste de curvas no software MATLAB, tratando o transdutor e o processo térmico como blocos de primeira ordem. Os ensaios resultaram nas funções de transferência H(s) = 0,15 / (s + 0,15) para o sensor (constante de tempo de 6,67s) e G(s) = 0,0017 / (s + 0,00095) para a planta térmica (constante de tempo de aproximadamente 1.053s), comprovando que a dinâmica de aquecimento da água é cerca de 158 vezes mais lenta que a resposta do elemento de medição. Na validação prática em malha fechada sob referência de 80°C, o controle Liga-Desliga apresentou oscilações contínuas entre 79°C e 83°C devido à inércia residual e à comutação extrema do atuador. O controlador Proporcional ($K_p$ = 4) eliminou o sobressinal e suavizou o chaveamento, mas estabilizou em 74°C, mantendo um erro estacionário de -6°C. Por fim, a adição da ação integradora no controlador Proporcional-Integral ($K_p$ = 4 e $T_i$ = 600 s) compensou a dissipação térmica e reduziu o desvio em regime permanente para +2°C (estabilizando em 82°C), demonstrando que a modelagem prévia substitui ajustes empíricos por um controle estável e previsível.

**PALAVRAS-CHAVE:** Controle de temperatura. Sistemas térmicos. Função de transferência. Modelagem matemática. Identificação de sistemas. Transformada de Laplace.

***ABSTRACT***

*Designing controllers for thermal processes requires understanding the system's dynamics, especially given the thermal inertia and heat losses to the environment. This work aims to obtain and experimentally validate the transfer functions of a thermal water heating plant, using the generated mathematical models to implement and compare different closed-loop temperature control strategies. For this purpose, a physical prototype was built, consisting of a 1000 W relay-driven electric immersion heater, a thermocouple sensor, and an Arduino Uno board operating with PWM modulation. System identification was performed through open-loop step response tests and curve fitting in the MATLAB software, treating both the transducer and the thermal process as first-order systems.*

[1] Engenharia da computação pela Universidade Araraquara.
[2] Graduado em engenharia mecatrônica pela UFU. Mestrando pela USP.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

*The tests resulted in the transfer functions H(s) = 0.15 / (s + 0.15) for the sensor (time constant of 6.67 s) and G(s) = 0.0017 / (s + 0.00095) for the thermal plant (time constant of approximately 1,053 s), proving that the water heating dynamics are about 158 times slower than the measurement element's response. In the practical closed-loop validation under an 80°C setpoint, the On-Off control showed continuous oscillations between 79°C and 83°C due to residual inertia and the actuator's extreme switching. The Proportional controller ($K_p$ = 4) eliminated the overshoot but stabilized at 74°C, maintaining a steady-state error of -6°C. Finally, the addition of the integral action in the Proportional-Integral controller ($K_p$ = 4 and $T_i$ = 600 s) reduced the steady-state deviation to +2°C, demonstrating that prior modeling replaces empirical adjustments with stable control.*

***KEYWORDS:*** *Temperature control. Thermal system. Transfer function. Mathematical modeling. System identification. Laplace transform.*

***RESUMEN***

*Diseñar controladores para procesos térmicos exige conocer la dinámica del sistema, especialmente ante la inercia térmica y las pérdidas de calor hacia el entorno. Este trabajo tiene como objetivo obtener y validar experimentalmente las funciones de transferencia de una planta térmica de calentamiento de agua, utilizando los modelos matemáticos generados para implementar y comparar diferentes estrategias de control de temperatura en lazo cerrado. Para ello, se construyó un prototipo físico compuesto por un calentador de inmersión eléctrico de 1000 W accionado por relé, un sensor termopar y una placa Arduino Uno operando con modulación PWM. La identificación del sistema se realizó mediante ensayos de respuesta al escalón en lazo abierto y ajuste de curvas en el software MATLAB, tratando el transductor y el proceso térmico como sistemas de primer orden. Los ensayos resultaron en las funciones de transferencia H(s) = 0,15 / (s + 0,15) para el sensor y G(s) = 0,0017 / (s + 0,00095) para la planta térmica (constante de tiempo de aproximadamente 1.053s), comprobando que la dinámica de calentamiento del agua es cerca de 158 veces más lenta que la respuesta del elemento de medición. En la validación práctica en lazo cerrado bajo una referencia de 80°C, el control On-Off presentó oscilaciones continuas entre 79°C y 83°C debido a la inercia residual y a la conmutación extrema del actuador. El controlador Proporcional ($K_p$ = 4) eliminó el sobreimpulso, pero se estabilizó en 74°C, manteniendo un error estacionario de -6°C. Por último, la adición de la acción integradora en el controlador Proporcional-Integral ($K_p$ = 4 y $T_i$ = 600 s) redujo la desviación en régimen permanente a +2°C, demostrando que el modelado previo sustituye los ajustes empíricos por un control estable.*

***PALABRAS CLAVE:*** *Control de temperatura. Sistemas térmicos. Función de transferencia. Modelado matemático. Identificación de sistemas. Transformada de Laplace.*

## 1. INTRODUÇÃO

Do resfriamento de motores à fabricação de semicondutores, o controle térmico é essencial em qualquer processo industrial. Contudo, antes é necessário compreender a fundo a dinâmica do sistema. Isso significa traduzir a relação entre o calor aplicado (entrada) e a temperatura obtida (saída) em modelos matemáticos, como as funções de transferência. Na prática, no entanto, isso exige superar barreiras da engenharia, como a inércia térmica e os atrasos de transporte. A aquisição da função de transferência pode proporcionar maneiras de evitar esses contratempos, como projetar controladores que eliminam oscilações e elevam a



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

estabilidade do sistema, resultando em economia de energia e segurança na operação. Apesar das técnicas já existentes, ter o conhecimento dos parâmetros do sistema exige métodos de experimentação e análise de dados que preenchem a lacuna entre a teoria física e o comportamento prático do equipamento em estudo.

A modelagem matemática de sistemas térmicos é essencial para o projeto de um controlador eficaz. A dinâmica térmica é caracterizada pelos seus processos de transferência de energia (condução, convecção e radiação) que podem ser aproximados por modelos de parâmetros concentrados. A obtenção da função de transferência parte de um balanço energético, no qual a taxa de calor armazenado é proporcional à variação da temperatura no tempo. Ao fazer a linearização do sistema em torno de um ponto de operação e aplicar a transformada de Laplace, é extraída uma representação no domínio da frequência complexa. Normalmente, esses sistemas são representados por funções de primeira ordem com atraso de transporte, devido à inércia térmica e à irradiação do calor no meio.

O controle de temperatura em sistemas térmicos, quando realizado sem a prévia identificação de sua função de transferência, impõe desafios críticos à estabilidade da operação. A ausência de parâmetros precisos pode resultar em respostas desproporcionais, manifestadas por meio de oscilações persistentes ou divergências que impedem a convergência do sistema. Inversamente, uma resposta subestimada acarreta uma inércia excessiva, retardando o alcance do *setpoint* desejado.

Sem a implementação de um controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID), a mitigação de anomalias processuais restringe-se ao método de tentativa e erro, o que inviabiliza a obtenção de um desempenho otimizado. Consequentemente, perturbações externas, como variações na carga térmica ou condições ambientais, induzem erros estacionários significativos. Se o sistema de controle não estiver bem ajustado, o preço a pagar é alto: superaquecimento, desperdício de energia, desgaste prematuro de peças e prejuízo financeiro. Na indústria farmacêutica, por exemplo, o controle térmico define se o lote do produto é aprovado ou descartado. Temperaturas abaixo do ideal tornam a reação incompleta, enquanto o calor em excesso estraga o composto ou gera impurezas.

O mesmo rigor vale para os semicondutores. Na fabricação de microchips, processos como oxidação e difusão operam em temperaturas elevadas, entre 800 °C e 1100 °C. Ali, qualquer desvio custa caro: uma variação de apenas 10 °C para cima engrossa demais a camada de óxido, e para baixo compromete a dopagem, estragando o componente. Como sistemas térmicos consomem muita energia, seja elétrica ou combustível, um projeto mal dimensionado que sofre de *overshoot* (sobressinal) transforma ineficiência operacional em prejuízo direto.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

A ausência da função de transferência impossibilita o ajuste preciso das constantes do controlador, sujeitando o sistema a oscilações térmicas e ao acionamento intermitente e excessivo dos atuadores. Em contrapartida, a obtenção da função de transferência fidedigna permite a sintonia otimizada do controlador, minimizando o erro em regime permanente e o esforço de controle. Tal otimização converge para a estabilidade do processo, a redução do consumo de insumos energéticos e, consequentemente, a mitigação das emissões de CO2.

A modelagem de sistemas térmicos para fins de controle industrial é desafiada pela complexidade intrínseca aos fenômenos de transferência de calor, condução, convecção e radiação, os quais frequentemente manifestam comportamentos não lineares e atrasos de transporte (*dead time*). Conforme preconizado por Ogata (2010), a representação desses sistemas via parâmetros concentrados constitui uma simplificação necessária; entretanto, a problemática reside na obtenção de uma Função de Transferência (FT) fidedigna à dinâmica real do processo, que contemple as constantes de tempo térmicas e a inércia do sistema.

Diante desse cenário, o problema desta pesquisa define-se pela seguinte questão: de que maneira é possível determinar com precisão a função de transferência de um sistema térmico, considerando as limitações de instrumentação e a necessidade de linearização em torno de um ponto de operação, a fim de assegurar a estabilidade do controle em malha fechada?

Admite-se como hipótese que a execução de métodos de identificação experimental, como a análise da resposta em malha aberta, permite a obtenção de uma função de transferência de primeira ou segunda ordem com atraso de transporte, capaz de descrever a dinâmica dominante do sistema térmico. Ao modelar o sistema fundamentado na analogia entre circuitos elétricos e térmicos, será possível desenvolver um controlador cujos requisitos de desempenho (como o controle de *overshoot*) sejam validados via simulação computacional e em protótipos reais, confirmando a precisão do modelo matemático obtido.

Para atingir os objetivos propostos, este trabalho adota uma abordagem quantitativa e de natureza explicativa. O procedimento metodológico fundamenta-se em uma pesquisa experimental, constituída pelo desenvolvimento de um protótipo físico composto por um fervedor de água com aquecimento via resistência elétrica e realimentação por sensor termopar. A dinâmica do sistema será determinada por meio de métodos de identificação experimental em malha aberta, transformando os dados de resposta térmica temporal em uma função de transferência de primeira ordem com atraso de transporte, cuja validação ocorrerá via simulação computacional e testes em malha fechada.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo aborda o conteúdo necessário para contextualizar o desenvolvimento deste trabalho, fornecendo uma base conceitual que integra os fenômenos térmicos e estratégias usadas na engenharia de controle. Para seguir uma ordem lógica, essa revisão está separada em três tópicos fundamentais.

O primeiro tópico aborda os fundamentos da transferência de calor, delimitando os mecanismos clássicos de transmissão energética, os efeitos físicos da inércia térmica e a analogia entre sistemas térmicos e circuitos elétricos. Em seguida, trata-se da modelagem matemática e do domínio da frequência, transformando a física do processo em ferramentas de engenharia de controle por meio de funções de transferência de primeira ordem com atraso e técnicas de linearização. O terceiro tópico trata da identificação experimental de sistemas, esclarecendo os métodos práticos em malha aberta para estimar os parâmetros dinâmicos do processo.

### 2.1. Fundamentos da transferência de calor

A transferência de calor é a ciência que estuda o transporte de energia térmica e a taxa com que ele ocorre quando há diferença de temperatura em um meio ou entre meios, podendo acontecer por condução, convecção e radiação.

#### 2.1.1. Mecanismos de transmissão

De acordo com Incropera (2008), existem três mecanismos fundamentais pelos quais a energia térmica pode ser transportada: condução, convecção e radiação.

Condução: transporte de energia em meios sólidos, líquidos ou gasosos devido à atividade atômica e molecular aleatória. É regida pela lei de Fourier, que diz que o fluxo térmico (q'') é proporcional ao gradiente negativo de temperatura:

$$q''_x = -k \cdot \frac{dT}{dx}$$

Convecção: Acontece entre uma superfície e um fluido em movimento quando estão em temperaturas diferentes. Esse modo une os efeitos da difusão molecular com a advecção. A taxa de transferência é descrita pela lei do resfriamento de Newton:

$$q'' = h \cdot (T_s - T_\infty)$$

Radiação: Energia transportada por ondas eletromagnéticas ou fótons emitida pela matéria que se encontra a uma temperatura não nula. Diferentemente dos outros modos, não é



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

necessário um meio material para a propagação. A taxa máxima de emissão de uma superfície ideal é dada pela lei de Stefan-Boltzmann:

$$E_b = \sigma \cdot T_s^4$$

2.1.2. Inércia térmica e atraso de transporte (Dead time)

A análise do comportamento dinâmico de sistemas térmicos mostra que um corpo não reage de forma imediata à exposição ou remoção de energia. Esse comportamento é regido pela inércia térmica, teoria que está fundamentada nas propriedades de resistência e capacitância térmica do sistema.

Segundo a visão de Ogata (2010), a capacitância térmica é a propriedade de um corpo de armazenar calor, fazendo uma analogia direta com a capacitância em circuitos elétricos. Dessa forma, a massa térmica age como um elemento de armazenamento de energia, fazendo com que haja uma resposta transitória gradual antes de atingir o seu novo estado de equilíbrio.

Complementando a inércia, os processos térmicos são caracterizados pelo atraso de transporte, denominado tempo morto. Esse fenômeno é definido pelo tempo entre um sinal de controle e a resposta captada por um sensor na saída. De acordo com o modelo de sistemas de controle proposto por Ogata (2010), o tempo morto é fisicamente causado pelo tempo necessário para a energia ou a massa sair de um ponto e chegar a outro ponto distinto do processo. No contexto da automação, esse atraso é um ponto crítico, pois limita a velocidade de resposta da malha de realimentação comprometendo assim a estabilidade do sistema se não for devidamente compensado pelo controlador projetado.

2.1.3. Analogia entre sistemas térmicos e elétricos

Para simplificar a modelagem matemática de sistemas térmicos, a engenharia costuma recorrer à analogia eletrotérmica, permitindo analisar esses sistemas por meio da teoria de circuitos elétricos (OGATA, 2010). Nessa analogia, o fluxo de calor faz as vezes da corrente elétrica, enquanto a diferença de temperatura atua como a força motriz, o equivalente à diferença de potencial elétrico.

A resistência térmica, por sua vez, é deduzida das leis fundamentais de transferência de calor, como a Lei de Fourier (para condução) e a Lei de Resfriamento de Newton (para convecção) (INCROPERA, 2008). Ela representa a oposição do meio à passagem do calor, de forma totalmente análoga à resistência de Ohm. Já a capacidade de armazenamento de energia do sistema é tratada pela capacitância térmica, calculada diretamente pelo produto da massa pelo calor específico do material. Esse parâmetro dita a inércia térmica do protótipo, de maneira que o comportamento do ebulidor e da água durante o aquecimento se assemelha à dinâmica



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

de carga e descarga de um capacitor em um circuito RC. Assim, a construção desse circuito equivalente simplifica a representação do sistema, permitindo obter de forma direta a função de transferência de primeira ordem necessária para o desenvolvimento das estratégias de controle do projeto.

## 2.2. Modelagem matemática e domínio da frequência

### 2.2.1. Transformada de Laplace e função de transferência

Na engenharia de controle, a transformada de Laplace é uma ferramenta indispensável porque converte equações diferenciais complexas em equações algébricas mais fáceis de manipular (OGATA, 2010). Com essa base, define-se a função de transferência de um sistema linear e invariante no tempo como a razão entre a saída e a entrada no domínio de Laplace, considerando as condições iniciais nulas (NISE, 2012).

Aplicada a sistemas térmicos, essa representação simplifica o estudo da estabilidade e do comportamento dinâmico. Em vez de resolver equações diferenciais complexas no tempo, o engenheiro consegue observar diretamente como a temperatura de um processo reage às variações de calor (OGATA, 2010; NISE, 2012).

### 2.2.2. Sistemas de primeira ordem com atraso

Denominados na literatura como modelos FOPDT (*First-Order Plus Dead Time*), os sistemas de primeira ordem com atraso de transporte são amplamente usados na engenharia de controle devido à sua capacidade de aproximar com fidelidade a dinâmica de processos industriais complexos, como sistemas térmicos (BATISTA; FERNANDES; MAIA, 2014).

Contudo, a presença do tempo morto causa restrições ao desempenho de controladores convencionais por realimentação, reduzindo a margem de fase e predispondo o sistema a oscilações ou instabilidades (FREITAS, 2025). Diante desse cenário, algoritmos de compensação preditiva, a exemplo do Preditor de Smith Filtrado Simplificado (SFSP), têm sido recomendados para otimizar a velocidade de rejeição de distúrbios de carga sem comprometer a estabilidade robusta da malha fechada (FREITAS, 2025).

## 2.3. Identificação experimental de sistemas

### 2.3.1. Métodos de identificação em malha aberta

Os métodos de identificação em malha aberta são ferramentas experimentais frequentemente utilizadas na engenharia de controle quando o modelo matemático de uma planta é desconhecido. Essas técnicas consistem em retirar o controlador automático, deixando



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

o sistema em modo manual. Com a malha aberta, aplica-se um sinal de teste e monitora-se graficamente o comportamento da variável de saída ao longo do tempo.

O método mais popular na indústria é o Método da Curva de Reação do Processo, proposto por Ziegler e Nichols como o seu primeiro método de sintonia. Esse método consiste em aplicar um degrau na entrada do sistema.

Segundo Ogata (2010), se a planta não possuir integradores puros ou polos complexos conjugados dominantes, a resposta temporal da saída assumirá o aspecto de uma curva em formato de “S”, chamada de curva sigmoide.

A partir do gráfico da resposta, extraem-se de maneira visual e direta três parâmetros fundamentais que caracterizam a sensibilidade e velocidade do processo:

- Ganho de regime estacionário (K): mostra a sensibilidade do sistema, é a razão da variação total da saída pela variação sofrida pela entrada.
- Tempo morto (L): tempo entre a aplicação do degrau e o instante em que a saída começa a reagir.
- Constante de tempo (T): corresponde ao tempo necessário para atingir 63,2% do valor final após o início da resposta.

Para realizar essa identificação gráfica, traça-se uma linha reta tangente ao ponto de inflexão da curva “S”. A interseção desta linha com o eixo do tempo define o valor do atraso (L), e o tempo que a resposta leva para se aproximar do novo valor de equilíbrio permite encontrar a constante de tempo. Com esses três valores numéricos em mãos, a dinâmica do processo real pode ser aproximada por um modelo matemático padrão de primeira ordem com tempo morto, cuja função de transferência é expressa por:

$$G(s) = \frac{K \cdot e^{-L \cdot s}}{\tau \cdot s + 1}$$

De acordo com Smith e Corripio (2006), a grande vantagem dessa abordagem em malha aberta é a sua simplicidade prática, operando com um conhecimento físico mínimo do sistema e sem a necessidade de resolver equações diferenciais complexas. Embora esse modelo simplificado ignore pequenas não-linearidades secundárias, ele descreve a dinâmica do processo real de forma satisfatória nas proximidades daquela condição de operação, fornecendo uma base sólida para o projeto e a sintonia de controladores industriais.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

## 3. METODOLOGIA

### 3.1. Descrição do protótipo físico

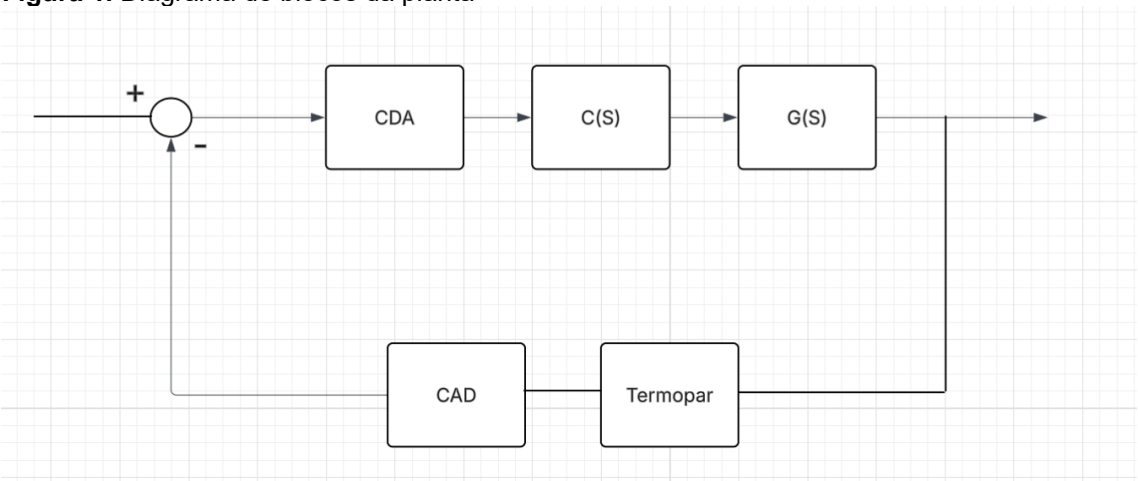
Para a criação do sistema de aquecimento e controle térmico do protótipo, utilizou-se uma resistência elétrica de imersão (tipo ebulidor) com potência nominal de 1000 W e tensão de operação de 127 V. Com o objetivo de controlar a potência útil entregue à água e diminuir o degrau de temperatura aplicado, foi integrado ao circuito um relé de estado sólido com acionamento por transistor. Essa abordagem de instrumentação de baixo custo utilizando microcontroladores e comutadores de potência em bancadas térmicas experimentais encontra forte respaldo em trabalhos acadêmicos recentes (LARA; HERRERA, 2026). O relé atua como uma chave controlada eletronicamente, operando nas regiões de corte e saturação. Em vez de parcelar a tensão, o controle de temperatura e a diminuição do potencial da resistência é feito através de chaveamento temporal de carga (ciclos liga-desliga). Para a realimentação do sistema foi utilizado um sensor de temperatura, que opera como elemento de medição da malha fechada. O sensor de temperatura monitora continuamente a água, enviando dados para o Arduino que, ao atingir os parâmetros definidos, comanda o acionamento do sistema, garantindo estabilidade térmica e mitigação do fenômeno de sobressinal.

Para coordenação da automação do protótipo, integra-se ao circuito a plataforma de prototipagem eletrônica Arduino Uno, baseada no microcontrolador ATmega328P. Na arquitetura estrutural da malha fechada, o dispositivo servirá como núcleo de processamento digital, sendo responsável por receber e codificar os sinais vindos do sensor de temperatura. A partir da leitura em tempo real dessas variáveis, o Arduino computa as ações corretivas necessárias e comanda o nível da potência de realimentação da planta através do relé de estado sólido, garantindo ajuste dinâmico frente às perturbações térmicas.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

**Figura 1.** Diagrama de blocos da planta




Fonte: Autoria própria (2026).

### 3.2. Modelagem do sensor

A obtenção do modelo matemático do sensor de temperatura é um passo fundamental para garantir que seus padrões de comportamento não interfiram na análise do sistema térmico principal. De acordo com o ensaio prático realizado, foi dado um degrau no sensor termopar mergulhando-o na água fria.

Esse degrau gerou uma variação de temperatura de ΔT = -13 °C. A curva de reação observada na relação entre a temperatura real, representada por $T_{real}(S)$, e a temperatura aferida pelo microcontrolador, representada por $T_{uc}(S)$, define um comportamento de um sistema de 1ª ordem. O diagrama de blocos que representa essa dinâmica possui a estrutura padrão de uma função de transferência definida pela fração A/(s+a).

Para encontrar os parâmetros desse modelo, é analisada a constante de tempo ($\tau$), que corresponde ao tempo em que a resposta transitória da saída atinge 63,2% do seu valor de regime. Considerando o valor total de 13°C, esse percentual equivale a 8,2°C. Pela análise gráfica da curva, é possível identificar que esse valor foi alcançado no tempo de τ = 6,67 s.

Com a constante de tempo definida, calcula-se o polo do sistema (a) por meio da relação a = 1/$\tau$. Usando o valor encontrado temos a = 1 / 6,67 resultando em a = 0,15 rad/s.

O ganho do numerador (A) é estabelecido por meio do limite $T_{uc}(S)$ / $T_{real}(S)$ quando “s” tende a zero. Para garantir o ganho estático em regime permanente, uma vez que a temperatura lida deve se igualar à temperatura real, o valor de A deve ser igual ao valor do polo, portanto A = 0,15.

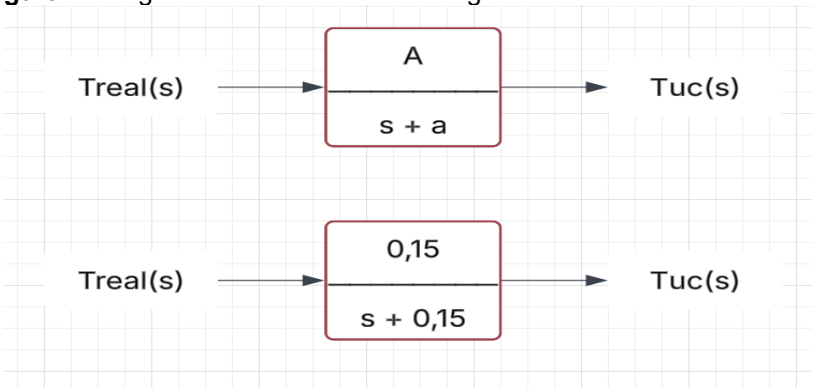


Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

Substituindo os parâmetros calculados, a função de transferência que representa a dinâmica do sensor é expressa por:

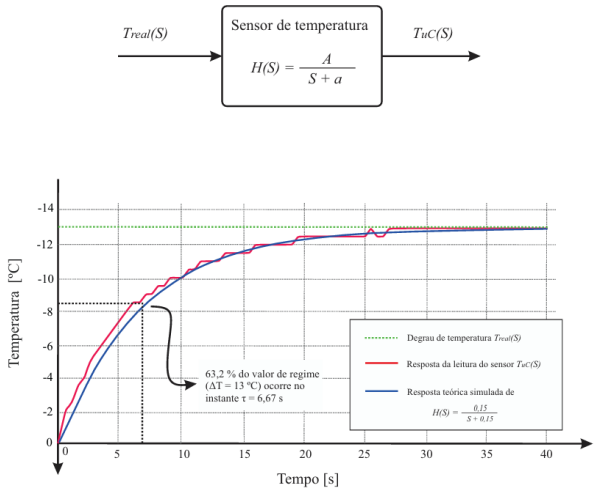
$$H(s) = \frac{0{,}15}{s+0{,}15}$$

**Figura 2.** Diagrama de blocos da modelagem do sensor




Fonte: Autoria própria (2026).

**Figura 3.** Gráfico da modelagem do sensor




Fonte: Autoria própria (2026).

### 3.3. Modelagem da planta

A etapa seguinte à identificação do sensor é a modelagem da planta do sistema, representada pela ação conjunta do relé de transistor, da resistência elétrica de aquecimento e



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

do volume de água. A variável de entrada dessa arquitetura de controle é o sinal PWM gerado pelo Arduino.

O comportamento físico de aquecimento da água é regido por uma função de transferência genérica estruturada no bloco B/(s+b), cuja entrada é o sinal PWM do Arduino e a saída é a temperatura real, representada por $T_{real}(S)$. A temperatura real opera como entrada para o elemento de medição. Ao ligar a planta em série com o bloco do sensor, expresso como 0,15 / (s + 0,15), essa relação direta entre o esforço do PWM e a temperatura aferida pelo microcontrolador $T_{uc}(S)$ passa a ser reconhecida como um sistema de 2ª ordem, modelagem estruturada conforme os princípios de diagramas de blocos e resposta transitória aplicados a processos térmicos (BAYER; ARAÚJO, 2011).

Para gerar uma curva de reação e determinar os parâmetros empíricos dessa associação, um ensaio em malha aberta foi feito aplicando um degrau no PWM do Arduino, ajustado com o valor de CT = 35/255 (13,7%). Foi observado no gráfico de resposta temporal de $T_{uc}(S)$ que a temperatura aumentou progressivamente até atingir o patamar de estabilização em aproximadamente 62,5 °C (Figura 5).

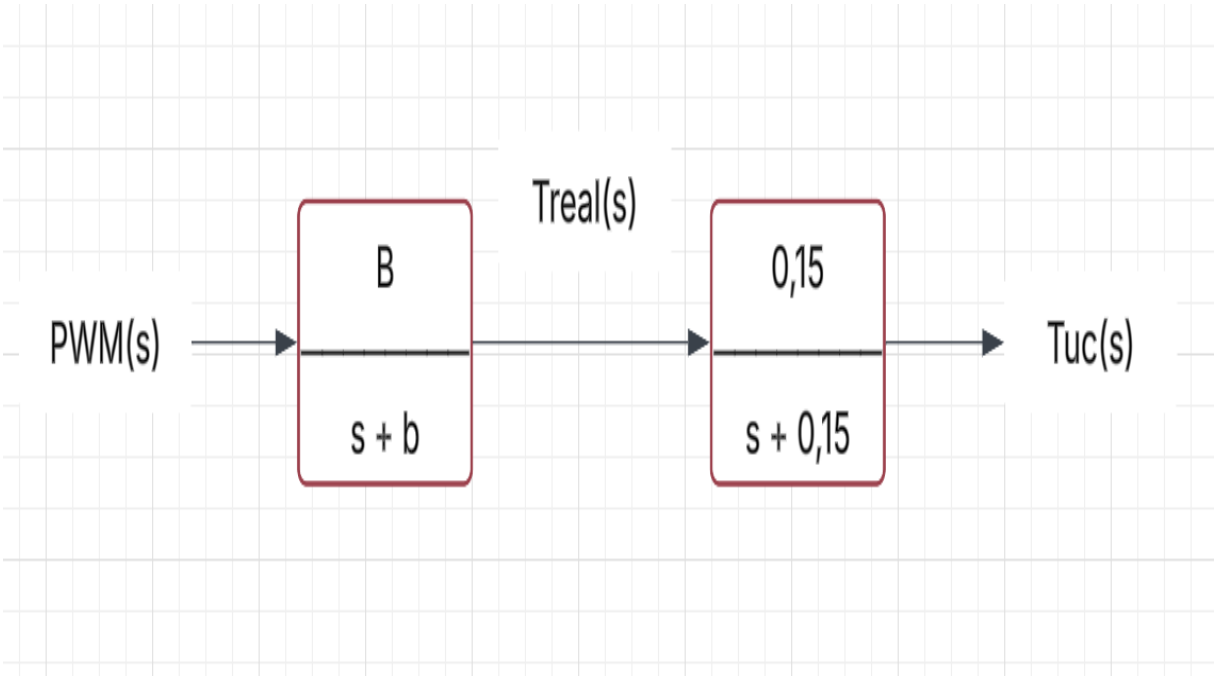
Em função da análise da curva gerada no ensaio prático, o comportamento transitório do sistema completo (planta em série com sensor) foi classificado como superamortecido, pois resulta de dois polos reais distintos e a curva de reação não apresenta oscilações. A lentidão dessa dinâmica de 2ª ordem mostra a necessidade de um controlador bem sintonizado nas próximas etapas do projeto, de forma a garantir que a temperatura chegue ao *setpoint* de forma suave e estável.

Para concluir a representação matemática dessa dinâmica, os parâmetros “b” e “B” na função de transferência foram estimados utilizando o software MATLAB. Por meio de um procedimento de ajuste paramétrico iterativo (*curve fitting*), foram obtidos esses coeficientes, realizando ajustes seguidos no software com foco na minimização do desvio residual entre os dados amostrados e a resposta simulada ao degrau. Como critério para validar esse ajuste, buscou-se alinhar a velocidade de subida da temperatura (constante de tempo) e o valor de estabilização final, garantindo que a curva gerada pelo modelo matemático ficasse o mais próxima possível do comportamento da curva de reação do teste prático. O ganho estático resultante, $B/b \approx 1,79$ °C por unidade de PWM, reproduz a elevação de aproximadamente 62,5 °C observada para o degrau de 35 unidades (Figura 5).



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

**Figura 4.** Diagrama de blocos da modelagem da planta

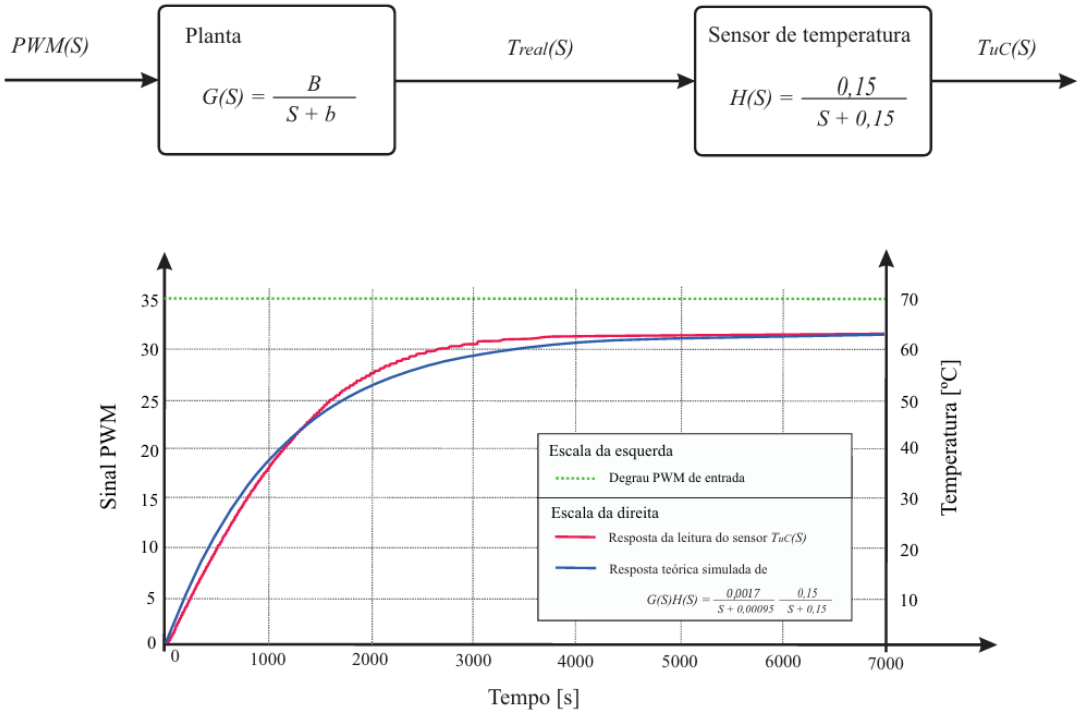



Fonte: Autoria própria (2026).



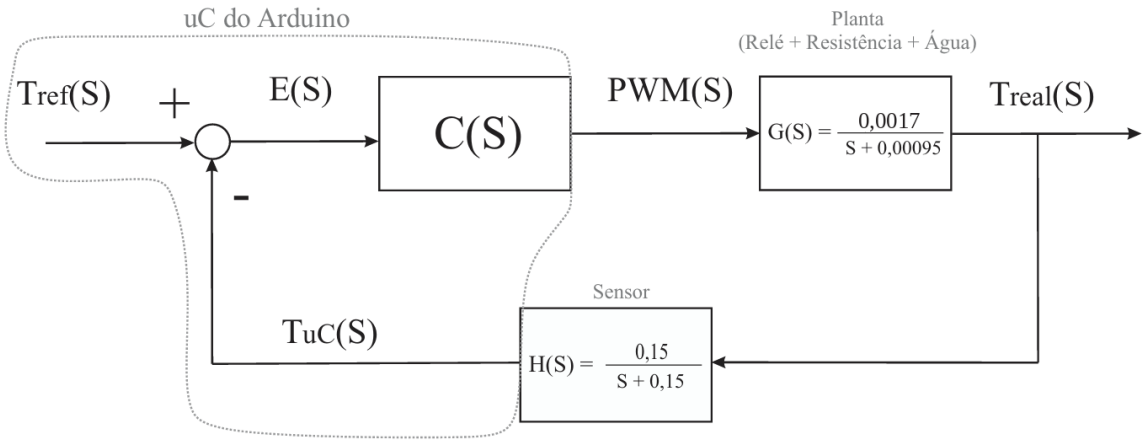
Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

**Figura 5.** Gráfico da modelagem da planta.




Fonte: Autoria própria (2026).

**Figura 6.** Diagrama de blocos completo




Fonte: Autoria própria (2026).



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1. Análise dinâmica das funções de transferência obtidas

A identificação experimental em malha aberta permitiu caracterizar matematicamente os elementos que fazem parte da malha de controle térmico por meio de modelos de primeira ordem. Para o sensor de temperatura, representado pela função H(s) = 0,15 / (s + 0,15), foi determinada uma constante de tempo de 6,67 s, com estabilização da resposta transitória acontecendo em aproximadamente 40 s. Já a modelagem da planta térmica (composta pelo módulo de acionamento, resistência elétrica e um volume de água), expressa por G(s) = 0,0017 / (s + 0,00095), resultou em uma constante de tempo de 1.053 s, aproximando-se do regime de equilíbrio apenas após cerca de 6.000 s. Ao comparar os gráficos gerados no MATLAB com as medições feitas na prática (Figuras 3 e 5), vê-se que as curvas da simulação seguiram de perto os dados reais dos ensaios, o que mostra que as funções encontradas representam bem o funcionamento do protótipo.

A comparação entre os polos obtidos deixa evidente que a dinâmica térmica da planta é aproximadamente 158 vezes mais lenta que a dinâmica do transdutor de medição. Essa discrepância é causada pela elevada capacitância e inércia térmica do volume de água e do recipiente metálico sobre as trocas de calor por condução e convecção. Analisando do ponto de vista da engenharia de controle, essa relação mostra que o atraso dinâmico do sensor exerce uma interferência mínima sobre a resposta global lenta do aquecimento, permitindo tratá-lo como ganho estático aproximadamente unitário durante a sintonia do controlador, ao mesmo tempo que justifica a continuidade da transferência de calor residual após a redução ou corte do sinal de comando.

### 4.2. Desempenho dos controladores em malha fechada

Com o objetivo de validar o modelo matemático e observar a estabilidade do sistema em malha fechada, foram realizados ensaios sob uma temperatura de referência comum de $T_{ref}$ = 80°C, comparando os controladores Liga-Desliga, Proporcional (P) e Proporcional-Integral (PI). O acionamento da carga operou por modulação temporal dentro de uma janela nominal de 500 ms, onde o sinal de controle digital PWM(t), alternando de 0 a 255, define o tempo que o relé mantém conduzindo a cada ciclo.

#### 4.2.1. Controle Liga-Desliga (On-Off)

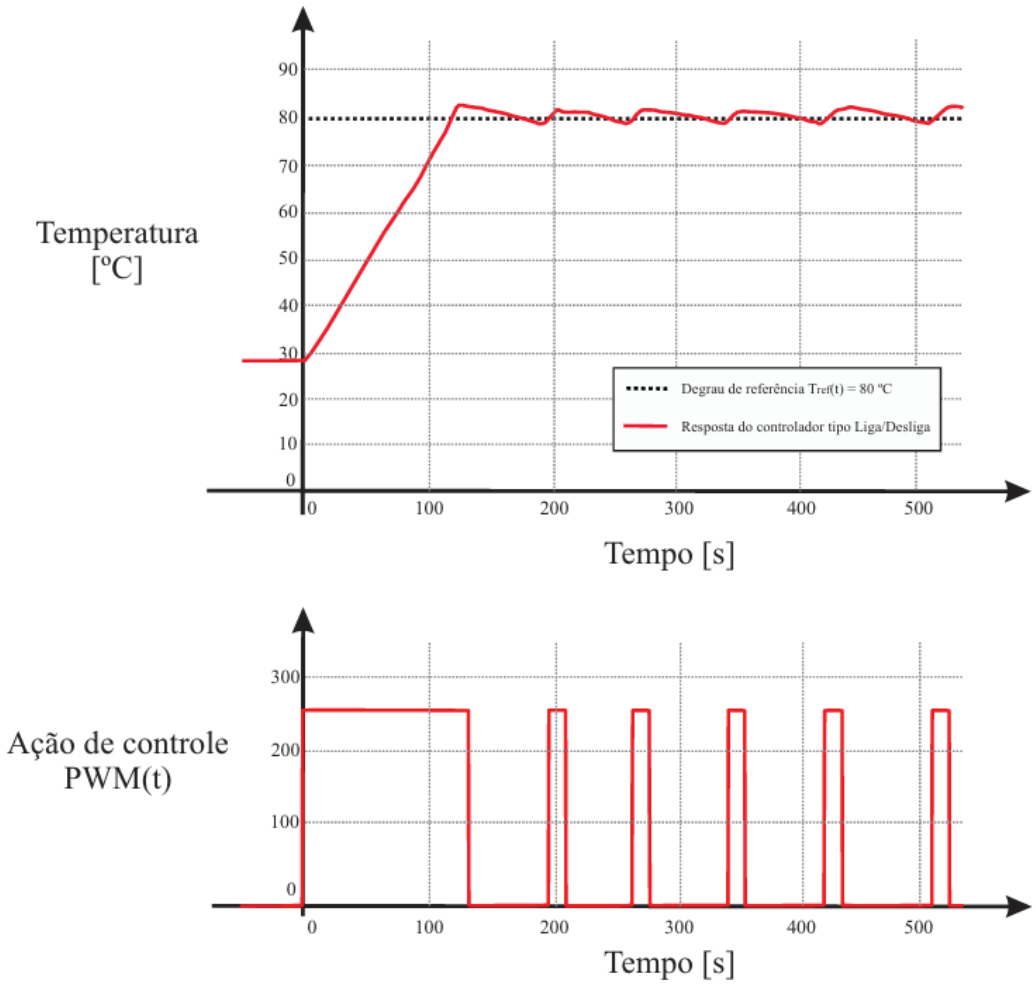
No primeiro ensaio em malha fechada com controlador Liga-Desliga sem banda de histerese (Figura 7), a temperatura começou em 28°C e chegou à referência de 80°C; após isso, ficou oscilando entre 79°C e 83°C. A continuidade do aquecimento após o corte de sinal e o



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

chaveamento contínuo entre os extremos (0 a 255) refletem a inércia térmica da planta e evidenciam a limitação de atuações não moduladas para a estabilidade do processo.

**Figura 7.** Resposta temporal da temperatura e ação de controle PWM(t) para o controlador Liga-Desliga




Fonte: Autoria própria (2026).

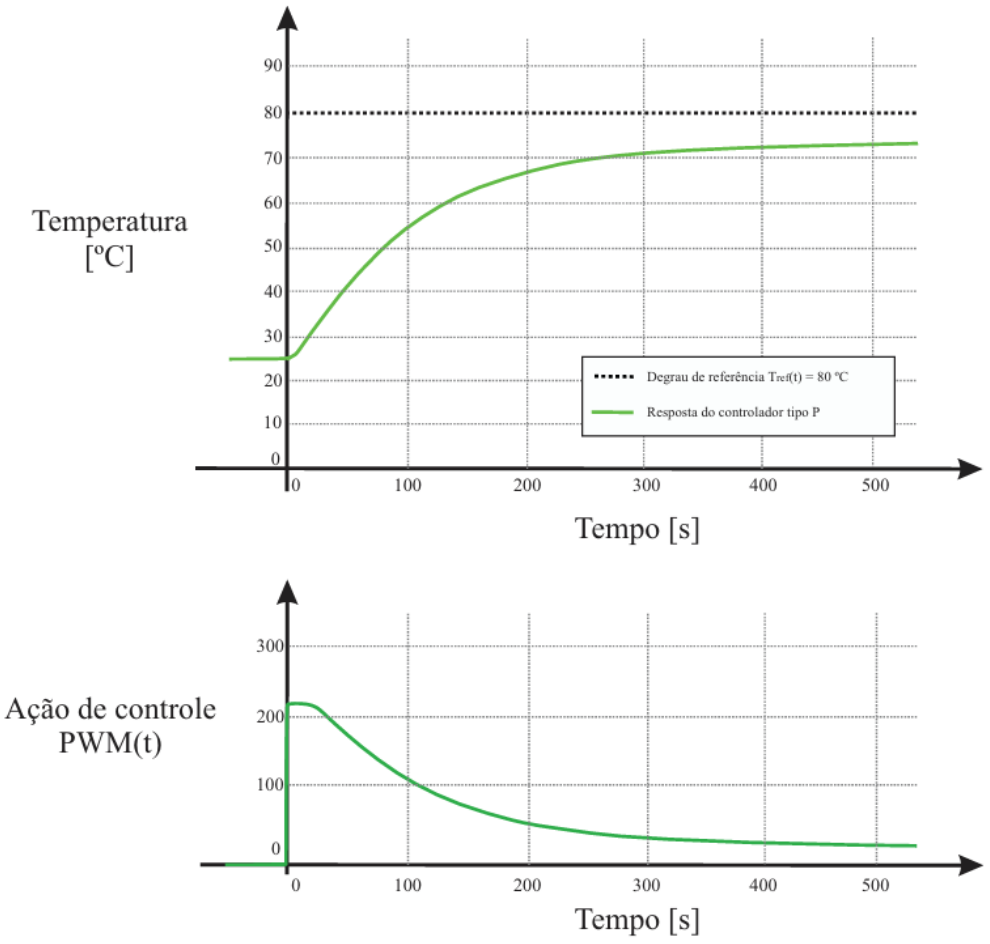
4.2.2. Controlador Proporcional (P)

Para resolver o chaveamento brusco da estratégia anterior, foi implementado o controlador proporcional regido pela lei $u_p(t) = K_p \cdot e(t)$, definido com ganho $K_p = 4$ e começando de uma temperatura inicial de aproximadamente 25°C. Observando a Figura 8, a resposta transitória mostrou aumento gradual e suave, eliminando completamente a ocorrência de sobressinal.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

**Figura 8.** Resposta temporal da temperatura e ação de controle PWM(t) para o controlador Proporcional (P)




Fonte: Autoria própria (2026).

Contudo, a temperatura estabilizou em uma máxima de 74°C, resultando em um desvio estacionário de -6°C em relação ao referencial de 80°C, com o sinal PWM decaindo até estabilizar no nível digital 24. Esse acontecimento valida a teoria clássica de controle de plantas de primeira ordem sem um integrador puro na malha direta: à medida que a temperatura se aproxima do referencial, o erro diminui e consequentemente a ação proporcional também é reduzida até um ponto que a potência fornecida iguala a taxa de dissipação térmica para o ambiente, impossibilitando chegar à temperatura de referência sem um termo integrador.

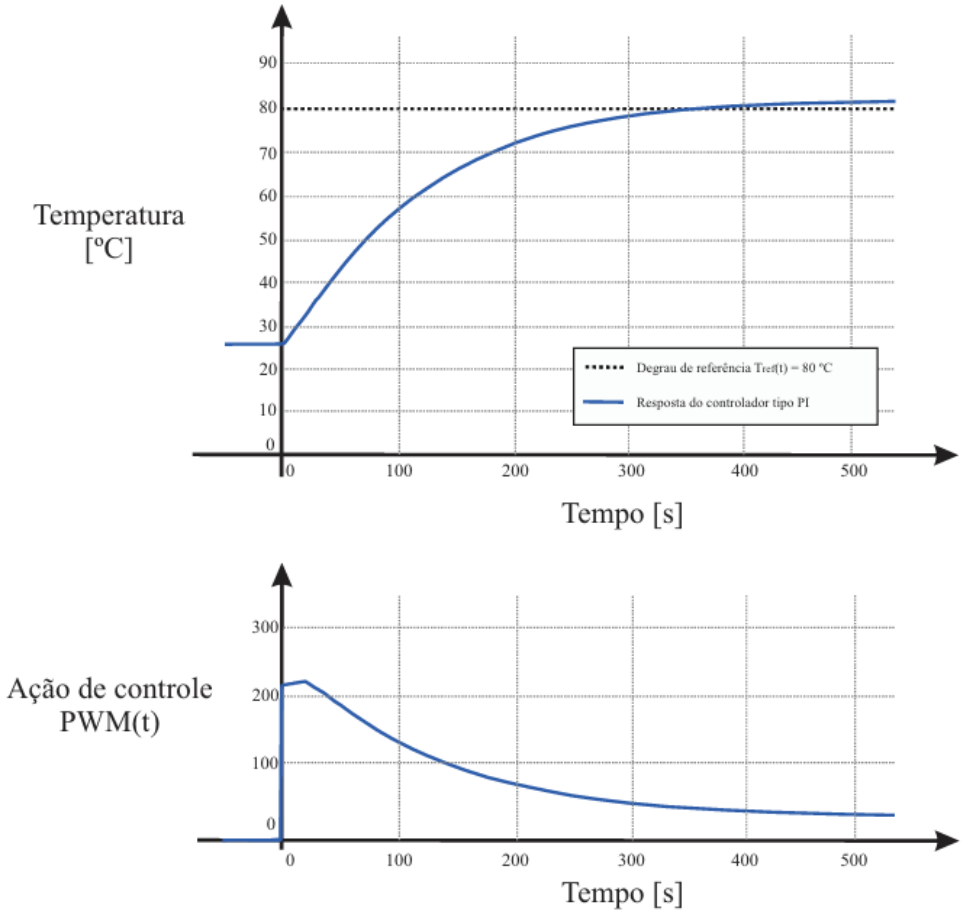


Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

4.2.3. Controlador Proporcional-Integral (PI)

Com o propósito de corrigir o erro estacionário observado no controle puramente proporcional, foi adicionada a ação integradora segundo a lei $u_pi(t) = Kp \cdot e(t) + (Kp / Ti) \cdot \int_0^t e(\tau)\, d\tau$, mantendo-se o ganho proporcional $K_p = 4$ e definindo o tempo integral $Ti = 600$ s. No ensaio iniciado a 26°C (Figura 9), a acumulação temporal do erro manteve o esforço de controle ativo à medida que a temperatura chega perto de 80°C, permitindo alcançar e ultrapassar levemente o *setpoint*.

**Figura 9.** Resposta temporal da temperatura e ação de controle PWM(t) para o controlador Proporcional-Integral (PI)




Fonte: Autoria própria (2026).

O sistema registrou temperatura máxima de 82°C, um sobressinal de 2°C (3,7%) e desvio final de +2°C, finalizando a coleta de sinal de comando PWM(t) = 33. Com a inserção do termo



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

integral, o desvio final foi de 6°C para 2°C em comparação com o controlador P. A temperatura manteve-se 2°C acima da referência, decorrente do acúmulo prévio da parcela integral durante a longa subida térmica.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento deste trabalho demonstrou, de forma teórica e experimental, o processo de obtenção e validação das funções de transferência de um sistema térmico aplicado ao controle de temperatura em malha fechada. A execução dos testes de resposta ao degrau em malha aberta, junto ao uso de ferramentas no software MATLAB, confirmou a hipótese inicial da pesquisa: mesmo com a complexidade dos mecanismos de condução e convecção, modelos lineares de primeira ordem são capazes de representar com fidelidade tanto a dinâmica do transdutor de medição quanto a da planta de aquecimento.

A identificação matemática separada dos elementos do protótipo deu origem às funções de transferência H(s) = 0,15 / (s + 0,15) para o sensor de temperatura e G(s) = 0,0017 / (s + 0,00095) para a planta térmica. A constatação de que a constante de tempo da planta (aproximadamente 1.053 s) é cerca de 158 vezes maior que a do sensor ($\tau_s$ = 6,67 s) evidenciou, na prática, o efeito da alta capacitância e inércia térmica da massa de água sobre o sistema. Além de validar a analogia eletrotérmica abordada na fundamentação teórica, essa diferença dinâmica definiu o tratamento do sensor com ganho estático aproximadamente unitário diante da lentidão do processo térmico.

A aplicação dos modelos obtidos no projeto das estratégias de controle em malha fechada, trabalhando sob referência de 80°C com modulação temporal no Arduino Uno, mostrou a influência direta da lei de controle sobre a estabilidade da operação. Enquanto o controle Liga-Desliga apresentou um comportamento oscilatório entre as temperaturas 79°C e 83°C devido à inércia térmica residual e ao chaveamento do atuador entre os extremos (0 a 255), a introdução do controlador proporcional ($K_p$ = 4) proporcionou uma transição leve e sem sobressinal, mas estabilizou em 74°C pelo equilíbrio entre a ação proporcional decrescente e as perdas térmicas para o meio. Por sua vez, a implementação da ação integradora no controlador Proporcional-Integral ($K_p$ = 4 e $T_i$ = 600 s) manteve o controle ativo mesmo quando a temperatura se aproximou da região de referência, reduzindo o desvio final de 6°C para 2°C (estabilizou em 82°C com PWM = 33) sem a comutação agressiva da estratégia não modulada.

Diante disso, conclui-se que a identificação experimental prévia da função de transferência cumpre papel essencial na engenharia de controle, substituindo ajustes por



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.

tentativa e erro por uma configuração baseada no tempo real de resposta do equipamento. Para trabalhos futuros, recomenda-se o registro automatizado dos instantes exatos de amostragem (*timestamps*) para o cálculo de métricas temporais e integrais de desempenho (como tempo de acomodação, IAE e ISE), a implementação de técnicas de *anti-windup* para suavizar o acúmulo excessivo da parcela integral durante longas subidas térmicas e a avaliação de algoritmos, como Preditor de Smith, frente a perturbações externas de carga.

## REFERÊNCIAS

BATISTA, Lorena Cristina Faria; FERNANDES, Gustavo Queiroz; MAIA, Antônio Augusto Torres. Estudo comparativo de técnicas de sintonia de controladores PID para sistemas de primeira ordem com atraso. In: ABCM Symposium Series in Mechatronics, v. 6, p. 1144-1153, 2014.

BAYER, Fernando Mariano; ARAÚJO, Olinto César Bassi de. Controle Automático de Processos. 3. ed. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, Colégio Técnico Industrial de Santa Maria; Rede e-Tec Brasil, 2011. 92 p.

FREITAS, Felipe Câmara de. Regras de sintonia do preditor de Smith filtrado simplificado para sistemas de primeira ordem com atraso. 2025. 53 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Centro de Tecnologia, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2025.

INCROPERA, Frank P. *et al.* Origens físicas e equações de taxa. In: INCROPERA, Frank P. *et al.* Fundamentos de transferência de calor e de massa. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. p. 2-21.

LARA, Pedro Augusto de Oliveira; HERRERA, Cristhiano da Costa. Implementação Didática de Controle de Temperatura: Comparação entre PID Digital e On-Off. Revista Brasileira de Iniciação Científica (RBIC), Itapetininga, v. 13, art. e026011, p. 1-19, 2026.

NISE, Norman S. Engenharia de Sistemas de Controle. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

OGATA, Katsuhiko. Engenharia de Controle Moderno. 5. ed. São Paulo: Pearson, 2010.

SMITH, Carlos A.; CORRIPIO, Armando B. Princípios e Prática do Controle Automático. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.



Este artigo é publicado em acesso aberto (Open Access) sob a licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC-BY), que permite uso, distribuição e reprodução irrestritos em qualquer meio, desde que o autor original e a fonte sejam creditados.